

ステップ1 分母が互いに素な単位分数の差

1

1以外に公約数を持たない2つの数を、「^{たが}いに^そ素」と言います。次のア～コの整数の組のうち、互いに素である組はどれですか。記号で答えなさい。

ア (2, 3) イ (2, 4) ウ (3, 5)

エ (3, 8) オ (4, 6) カ (4, 7)

キ (12, 13) ク (15, 18) コ (19, 20)

2

次の(1)～(4)の2つの整数はすべて互いに素です。これら2つの整数の最小公倍数を求めなさい。

(1) 2と3

(2) 3と5

(3) 4と7

(4) 11と12

3 2の結果について、次のようにまとめました。() にあてはまる式を書きなさい。

2つの整数AとBが互いに素であるとき、AとBの最小公倍数は() になります。

4 分子が1の分数を「^{たんい}単位分数」と言います。次の(1)~(6)は、分母が互いに素である単位分数の差を表しています。この計算をしなさい。

(1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

(2) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

(3) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

(4) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

(5) $\frac{1}{5} - \frac{1}{7}$

(6) $\frac{1}{7} - \frac{1}{9}$

(7) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$

(8) $\frac{1}{5} - \frac{1}{8}$

(9) $\frac{1}{4} - \frac{1}{7}$

(10) $\frac{1}{3} - \frac{1}{7}$

(11) $\frac{1}{7} - \frac{1}{11}$

(12) $\frac{1}{5} - \frac{1}{9}$

5

4の結果について、次のようにまとめました。()にあてはまる言葉 (漢字・文字) を書きなさい。

4の(1)~(12)の答えの分数はすべて、

分母が、もとの単位分数の分母の ()、

分子が、もとの単位分数の分母の () になっています。

6

5の結果について、次のように説明しました。□にあてはまるアルファベットを書きなさい。

2つの整数AとB ($A < B$) が互いに素であるとき、

$$\frac{\boxed{}}{A} - \frac{\boxed{}}{B} = \frac{\boxed{}}{A \times B} - \frac{\boxed{}}{A \times B} = \frac{\boxed{} - \boxed{}}{\boxed{} \times \boxed{}}$$

となります。

ポイント!

7

6の結果を利用して、次の計算を暗算でしなさい。

(1) $\frac{1}{7} - \frac{1}{8}$

(2) $\frac{1}{11} - \frac{1}{12}$

(3) $\frac{1}{9} - \frac{1}{11}$

(4) $\frac{1}{10} - \frac{1}{13}$

(5) $\frac{1}{17} - \frac{1}{20}$

ステップ2 単位分数の差で表す

8 6で作った公式を使って、□と○にあてはまる数を書きなさい。

$$\text{【公式】 } \frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{B-A}{A \times B} \quad \text{ただし } A < B$$

$$(1) \quad \frac{1}{12} = \frac{\bigcirc - \square}{\square \times \bigcirc} = \frac{1}{\square} - \frac{1}{\bigcirc}$$

積が12、差が1になる2つの数を探します。

$$(2) \quad \frac{1}{20} = \frac{\bigcirc - \square}{\square \times \bigcirc} = \frac{1}{\square} - \frac{1}{\bigcirc}$$

$$(3) \quad \frac{1}{30} = \frac{\bigcirc - \square}{\square \times \bigcirc} = \frac{1}{\square} - \frac{1}{\bigcirc}$$

$$(4) \quad \frac{2}{15} = \frac{\bigcirc - \square}{\square \times \bigcirc} = \frac{1}{\square} - \frac{1}{\bigcirc}$$

$$(5) \quad \frac{4}{21} = \frac{\bigcirc - \square}{\square \times \bigcirc} = \frac{1}{\square} - \frac{1}{\bigcirc}$$

9

例にならって、次の分数を単位分数の差に表しなさい。

※単位分数…分子が1の分数。

$$\text{【例】} \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$(1) \quad \frac{1}{3 \times 4}$$

$$(5) \quad \frac{2}{5 \times 7}$$

$$(2) \quad \frac{1}{5 \times 6}$$

$$(6) \quad \frac{3}{2 \times 5}$$

$$(3) \quad \frac{1}{9 \times 10}$$

$$(7) \quad \frac{3}{5 \times 8}$$

$$(4) \quad \frac{2}{3 \times 5}$$

$$(8) \quad \frac{4}{3 \times 7}$$

10

例にならって、次の分数を単位分数の差に表しなさい。

$$\text{【例】} \quad \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

(1) $\frac{1}{42}$

(6) $\frac{3}{40}$

(2) $\frac{1}{110}$

(7) $\frac{4}{21}$

(3) $\frac{2}{15}$

(8) $\frac{4}{45}$

(4) $\frac{2}{35}$

(9) $\frac{1}{132}$

(5) $\frac{1}{6}$

(10) $\frac{2}{99}$

ステップ3 練習問題①

□にあてはまる数を書きなさい。

(1) $\frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6}$

$$= \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$$

$$= \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$$

$$= \frac{\square}{\square}$$

同じ分数を引いて足しているので、相殺（そうさい）されます。

(2) $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$

$$= \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$$

$$= \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$$

$$= \frac{\square}{\square}$$

12 次の計算をなさい。

$$(1) \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8}$$

$$(2) \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$$

$$(3) \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

13

次の計算をなさい。

$$(1) \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11}$$

$$(2) \frac{3}{10} + \frac{3}{40} + \frac{3}{88} + \frac{3}{154}$$

$$(3) \frac{4}{21} + \frac{4}{77} + \frac{4}{165} + \frac{4}{285}$$

14 次の計算をなさい。

$$(1) \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10}$$

$$(2) \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{132}$$

$$(3) \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{2}{63} + \cdots + \frac{2}{195}$$

ステップ4 $\div \square$ が必要な問題

15

例にならって、次の分数を「単位分数の差 $\div \square$ 」の形で表しなさい。

$$\text{【例】} \quad \frac{1}{3 \times 5} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \div 2$$

$$(1) \quad \frac{1}{5 \times 7}$$

$$(2) \quad \frac{1}{9 \times 11}$$

$$(3) \quad \frac{1}{2 \times 5}$$

$$(4) \quad \frac{1}{3 \times 7}$$

16 例にならって、次の分数を「単位分数の差÷□」の形で表しなさい。

$$\text{【例】 } \frac{1}{15} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \div 2$$

$$(1) \frac{1}{63}$$

$$(2) \frac{1}{143}$$

$$(3) \frac{1}{40}$$

$$(4) \frac{1}{77}$$

ステップ5 練習問題②

17 次の会話を読んで、() にあてはまる数を書きなさい。

先生：では、今まで習ったことを使って、次の計算ができますか？

$$\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11}$$

太郎君：分母の数字の差が2なので、

$$\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11}$$

の計算ならできます！！

先生：では、やってみてください。

太郎君：できました！答えは (A) です！

先生：正解です。その答えを使えば、はじめの問題の答えも求められますよ。

太郎君：う~~~~ん。

あっ！分かりました！答えは (1) ですね！

先生：正解です。パチパチ。

18

次の計算をなさい。

$$(1) \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13}$$

$$(2) \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \cdots + \frac{1}{195}$$

$$(3) \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \cdots + \frac{1}{340}$$

■ 解答 ■

1 ア、ウ、エ、カ、キ、コ

2 (1) 6 (2) 15

(3) 28 (4) 132

3 $A \times B$

4 (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{12}$ (3) $\frac{1}{20}$

(4) $\frac{2}{15}$ (5) $\frac{2}{35}$ (6) $\frac{2}{63}$

(7) $\frac{3}{10}$ (8) $\frac{3}{40}$ (9) $\frac{3}{28}$

(10) $\frac{4}{21}$ (11) $\frac{4}{77}$ (12) $\frac{4}{45}$

5 積、差

6 $\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{B}{A \times B} - \frac{A}{A \times B} = \frac{B-A}{A \times B}$

7 (1) $\frac{1}{56}$ (2) $\frac{1}{132}$ (3) $\frac{2}{99}$

(4) $\frac{3}{130}$ (5) $\frac{3}{340}$

8 (1) $\frac{4-3}{3 \times 4}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$

(2) $\frac{5-4}{4 \times 5}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$

(3) $\frac{6-5}{5 \times 6}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$

(4) $\frac{5-3}{3 \times 5}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{5}$

(5) $\frac{7-3}{3 \times 7}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{7}$

9 (1) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$

(3) $\frac{1}{9} - \frac{1}{10}$ (4) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

(5) $\frac{1}{5} - \frac{1}{7}$ (6) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$

(7) $\frac{1}{5} - \frac{1}{8}$ (8) $\frac{1}{3} - \frac{1}{7}$

10 (1) $\frac{1}{6} - \frac{1}{7}$ (2) $\frac{1}{10} - \frac{1}{11}$

(3) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ (4) $\frac{1}{5} - \frac{1}{7}$

(5) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ (6) $\frac{1}{5} - \frac{1}{8}$

(7) $\frac{1}{3} - \frac{1}{7}$ (8) $\frac{1}{5} - \frac{1}{9}$

(9) $\frac{1}{11} - \frac{1}{12}$ (10) $\frac{1}{9} - \frac{1}{11}$

11 (1) (与式) $= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$
 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$
 $= \frac{1}{6}$

(2) (与式) $= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$
 $= \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$
 $= \frac{1}{3}$

12 (1) $\frac{3}{40}$ (2) $\frac{4}{5}$ (3) $\frac{1}{15}$

13 (1) $\frac{8}{33}$ (2) $\frac{3}{7}$ (3) $\frac{16}{57}$

14 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{4}{15}$

15 (1) $(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}) \div 2$

(2) $(\frac{1}{9} - \frac{1}{11}) \div 2$

(3) $(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}) \div 3$

(4) $(\frac{1}{3} - \frac{1}{7}) \div 4$

16 (1) $(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}) \div 2$

(2) $(\frac{1}{11} - \frac{1}{13}) \div 2$

(3) $(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}) \div 3$

(4) $(\frac{1}{7} - \frac{1}{11}) \div 4$

17 ア : $\frac{8}{33}$ イ : $\frac{4}{33}$

18 (1) $\frac{4}{65}$ (2) $\frac{7}{15}$ (3) $\frac{3}{20}$

■ 解説 ■

$$\begin{aligned}
 \boxed{12} \quad (1) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \\
 &= \frac{1}{5} - \frac{1}{8} \\
 &= \frac{3}{40}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \\
 &= \frac{1}{1} - \frac{1}{5} \\
 &= \frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \\
 &= \frac{1}{6} - \frac{1}{10} \\
 &= \frac{1}{15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \boxed{13} \quad (1) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \\
 &= \frac{1}{3} - \frac{1}{11} \\
 &= \frac{8}{33}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{14} \\
 &= \frac{3}{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{19} \\
 &= \frac{1}{3} - \frac{1}{19} \\
 &= \frac{16}{57}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{14} \quad (1) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{\cancel{3}} + \frac{1}{\cancel{3}} - \frac{1}{\cancel{4}} + \cdots + \frac{1}{\cancel{9}} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{10} \\ &= \underline{\frac{2}{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{\cancel{4}} + \frac{1}{\cancel{4}} - \frac{1}{\cancel{5}} + \cdots + \frac{1}{\cancel{11}} - \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \\ &= \underline{\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad (\text{与式}) &= \frac{1}{3} - \frac{1}{\cancel{5}} + \frac{1}{\cancel{5}} - \frac{1}{\cancel{7}} + \cdots + \frac{1}{\cancel{13}} - \frac{1}{15} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{15} \\ &= \underline{\frac{4}{15}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{17} \quad & \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{\cancel{5}} + \frac{1}{\cancel{5}} - \frac{1}{\cancel{7}} + \frac{1}{\cancel{7}} - \frac{1}{\cancel{9}} + \frac{1}{\cancel{9}} - \frac{1}{11} \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{11} \\ &= \underline{\frac{8}{33}} \cdot \cdot \cdot \mathcal{A} \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} \\ &= \left(\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11} \right) \div 2 \\ &= \frac{8}{33} \div 2 \\ &= \underline{\frac{4}{33}} \cdot \cdot \cdot \mathcal{I} \end{aligned}$$

$$\boxed{18} \quad (1) \quad \frac{1}{5 \times 7} = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) \div 2, \quad \frac{1}{7 \times 9} = \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) \div 2, \quad \dots \text{となるから、}$$

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \left(\frac{1}{5} - \cancel{\frac{1}{7}} + \cancel{\frac{1}{7}} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \cancel{\frac{1}{11}} + \cancel{\frac{1}{11}} - \frac{1}{13}\right) \div 2 \\ &= \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{13}\right) \div 2 \\ &= \underline{\underline{\frac{4}{65}}} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) \div 2, \quad \frac{1}{15} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \div 2, \quad \dots, \quad \frac{1}{195} = \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{15}\right) \div 2, \quad \text{となるから、}$$

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \left(\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \frac{1}{5} + \dots + \cancel{\frac{1}{13}} - \frac{1}{15}\right) \div 2 \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{15}\right) \div 2 \\ &= \underline{\underline{\frac{7}{15}}} \end{aligned}$$

$$(3) \quad \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \div 3, \quad \frac{1}{40} = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right) \div 3, \quad \dots, \quad \frac{1}{340} = \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{20}\right) \div 3, \quad \text{となるから、}$$

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \left(\frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\frac{1}{5}} - \frac{1}{8} + \dots + \cancel{\frac{1}{17}} - \frac{1}{20}\right) \div 3 \\ &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20}\right) \div 3 \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{20}}} \end{aligned}$$