ステップ１　言葉のお勉強

１　ある整数を素数（そすう）の積で表すことを「素因数分解（そいんすうぶんかい）」といいます。例えば、12を素因数分解すると、12＝２×２×３です。

また、素因数分解の式に出てくる素数を、「素因数（そいんすう）」と言います。例えば、12＝２×２×３なので、12の素因数は２と３となります。12には、素因数２が２個、素因数３が１個含まれています。

以上を参考に、次の（　　）にあてはまる数を求めなさい。

(1)　８は、８＝（　　）×（　　）×（　　）なので、

８の素因数は（　　）です。

８には、素因数（　　）が（　　）個含まれています。

(2)　18は、18＝（　　）×（　　）×（　　）なので、

18の素因数は（　　）と（　　）です。

18には、素因数（　　）が（　　）個、素因数（　　）が（　　）個含まれています。

2 同じ数字を何回かかけ合わせることを「累乗（るいじょう）」といいます。

累乗（るいじょう）のうち、同じ数を２回かけ合わせることを「２乗（じょう）」、３回かけ合わせることを「３乗」、４回なら「４乗」、・・・、といいます。例えば、２の２乗は、２×２＝４、３の３乗は、３×３×３＝27 です。

※２乗は「自乗（じじょう）」や「平方（へいほう）」、３乗は「立法（りっぽう）」ともいいます。

また、２の２乗は「2^2」、３の３乗は「3^3」のように表し、それぞれ、「２の２乗（じょう）」、「３の３乗（じょう）」と読みます。このとき、右上の小さい数を「指数（しすう）」と呼びます。

以上を参考に、次の（　　）にあてはまる数を求めなさい。

(1)　3^2＝（　　）×（　　）＝（　　）

(2)　2^3＝（　　）×（　　）×（　　）＝（　　）

(3)　5^3＝（　　）×（　　）×（　　）＝（　　）

ステップ２　素因数が１個

3　ある整数Ｎを素因数分解したとき、$N = A^{P}$（Ａは素数）となるとき、Ｎの約数の個数は、Ｐ＋１で求められます。

【公式】

$N = A^{P}$（Ａは素数）のとき、Ｎの約数の個数＝Ｐ＋１

「右肩の数字に１を足す」と覚える。

たとえばＮ＝８のときを考えてみましょう。

(1)　８を素因数分解すると、

８＝（　　）×（　　）×（　　）＝（　　）$^{(\quad)}$

なので、８の約数の個数は、公式より、

（　　）＋（　　）＝（　　）個となります。

(2)　実際に約数を書き出して確かめてみましょう。

８の約数は小さい方から、

（　　）、（　　）、（　　）、（　　）

なので、確かに（　　）個となります。

4

3の理由について考えます。

(1) 8の約数のうち、1以外の約数を素因数分解する、次のようになります。

$2 = 2^{1}$

$4 = (\quad)^{(\quad)}$

$8 = (\quad)^{(\quad)}$

(2) よって、8の約数のうち、1以外の約数は、指数に注目して

(　　)の(　　)乗から(　　)乗までの(ア　　)個です。

(3) よって、8の約数は、1も含めるので、

(ア　　)＋(　　)＝(　　)個、となります。

5 次の問いに答えなさい。

(1) 27の約数の個数について考えます。

① 27＝（　　）×（　　）×（　　）＝（　　）$^{(\quad)}$ です。

② 27の約数の個数は、（　　）＋（　　）＝（　　）個です。

(2) 125の約数は何個ですか。

(3) 64の約数は何個ですか。

ステップ３　素因数が２個

6　ある整数Ｎを素因数分解したとき、$N = A^{P} \times B^{Q}$（Ａ、Ｂは素数）となるとき、Ｎの約数の個数は、$(P+1)\times(Q+1)$で求められます。

【公式】　$N = A^{P} \times B^{Q}$（Ａ、Ｂは素数）のとき、

Ｎの約数の個数＝$(P+1)\times(Q+1)$

「右肩の数字に１を足したものの積」と覚える。

たとえばＮ＝12のときを考えてみましょう

(1)　12を素因数分解すると、

12＝（　　）×（　　）×（　　）＝（　　）$^{(\quad)}$×（　　）$^{(\quad)}$

なので、12の約数の個数は、

（□＋□）×（□＋□）＝（　　）個

となります。

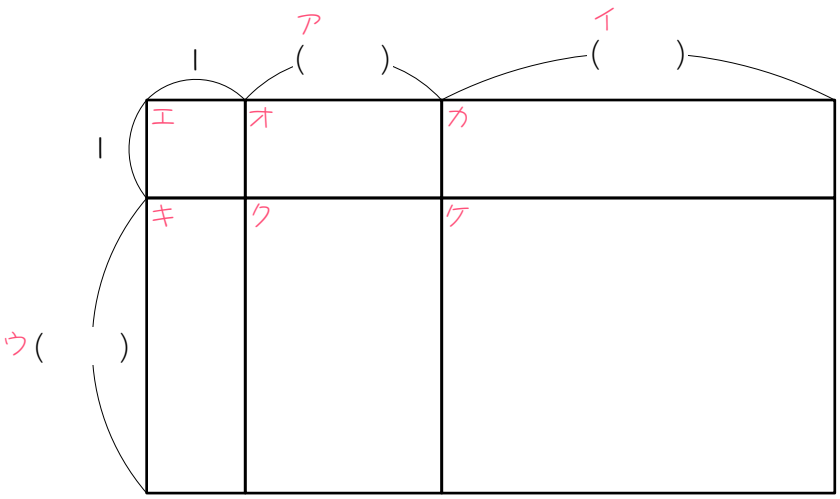
(2)　実際に約数を書き出して確かめてみましょう。

12の約数は小さい方から、

（　　）、（　　）、（　　）、（　　）、（　　）、（　　）

なので、確かに（　　）個となります。

7☆ 6の公式の理由を説明します。



$12 = 2^{2} \times 3^{1}$ なので、12の素因数は2と3です。

(1) 上の図のア、イに、12の約数のうち、2だけを素因数にもつ数（素因数分解したときに2だけが出てくる数）を、小さい方から順に書きこみなさい。

(2) 上の図のウに、12の約数のうち、3だけを素因数にもつ数を書きこみなさい。

(3) エ～ケに、それぞれの長方形の面積（＝たて×横）を書きこみなさい。（単位不要）

(4)　(3)のそれぞれの答えは、12の約数と1対1に対応しています。

よって、12の約数の個数は、図の小さい長方形の数と同じになります。

長方形の数は、（たてに並ぶ長方形の数）×（横に並ぶ長方形の数）で求められます。

①　長方形は横に（　　）個並びます。（これは2の指数＋1です）

②　長方形はたてに（　　）個並びます。（これは3の指数＋1です）

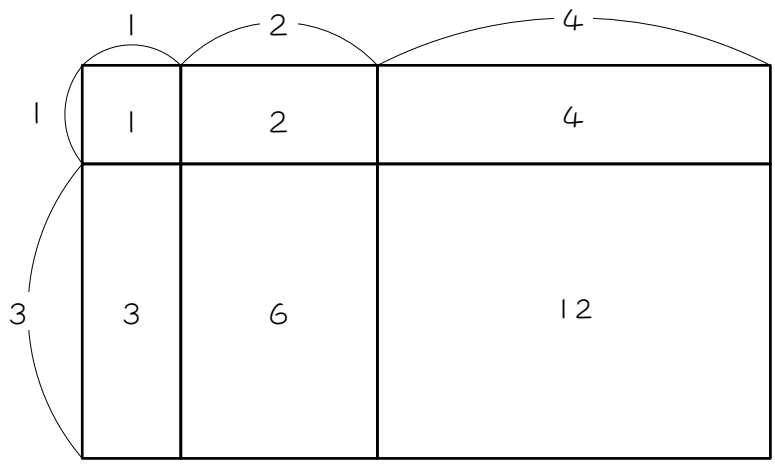
③　よって、長方形の数は、（　　）×（　　）＝（　　）個です。

④　よって、12の約数の個数は（　　）個、となります。

8 ☆☆ 7の図を使うと、約数の総和を簡単に求めることができます。

12の約数は、それぞれの長方形の面積に対応しています。

よって、12の約数の総和は、全体の長方形の面積と等しくなります。



(1) 全体の長方形の横の長さは、

(　　) ＋ (　　) ＋ (　　) ＝ (ア　　) です。

(2) 全体の長方形のたての長さは、

(　　) ＋ (　　) ＝ (イ　　)

(3) 12の約数の総和は、

(ア　　) × (イ　　) ＝ (　　)、となります。

9 次の問いに答えなさい。

(1) 24 を素因数分解すると、

24＝（　　）×（　　）×（　　）×（　　）

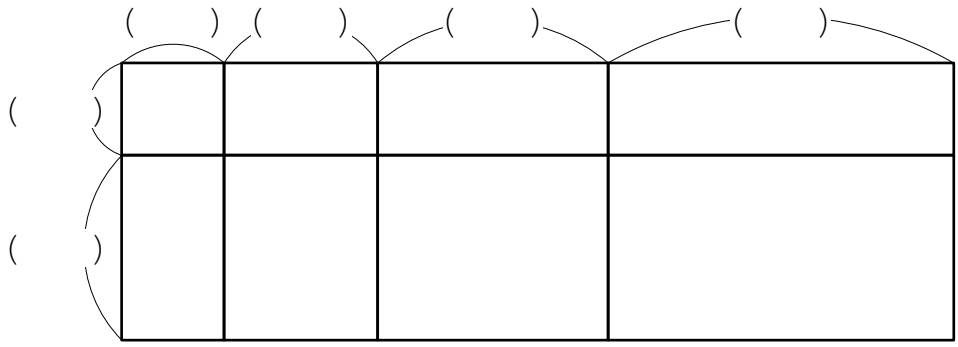
＝（　　）$^{(\quad)}$ ×（　　）$^{(\quad)}$ です。

(2) (1)と公式より、24 の約数の個数は、

（□＋□）×（□＋□）＝（　　）個

です。

(3)☆ 下の図を利用して、24 の約数の総和を求めなさい。



10 72の約数の個数と総和を、計算で求めなさい。

ステップ4　素因数が3個以上

11　素因数分解したときに、素因数が3個以上になるときも、今までと同様の公式が成り立ちます。

【公式】　$A^{P} \times B^{Q} \times C^{R} \times \cdots$（A、B、Cは素数）のとき、

Nの約数の個数＝$(P+1)\times(Q+1)\times(R+1)\times\cdots$

「右肩の数字に1を足したものの積」と覚える。

(1)　60を素因数分解すると、

60＝（　　）×（　　）×（　　）×（　　）

＝（　　）$^{(\quad)}$×（　　）$^{(\quad)}$×（　　）$^{(\quad)}$です。

(2)　(1)と公式より、60の約数の個数は、

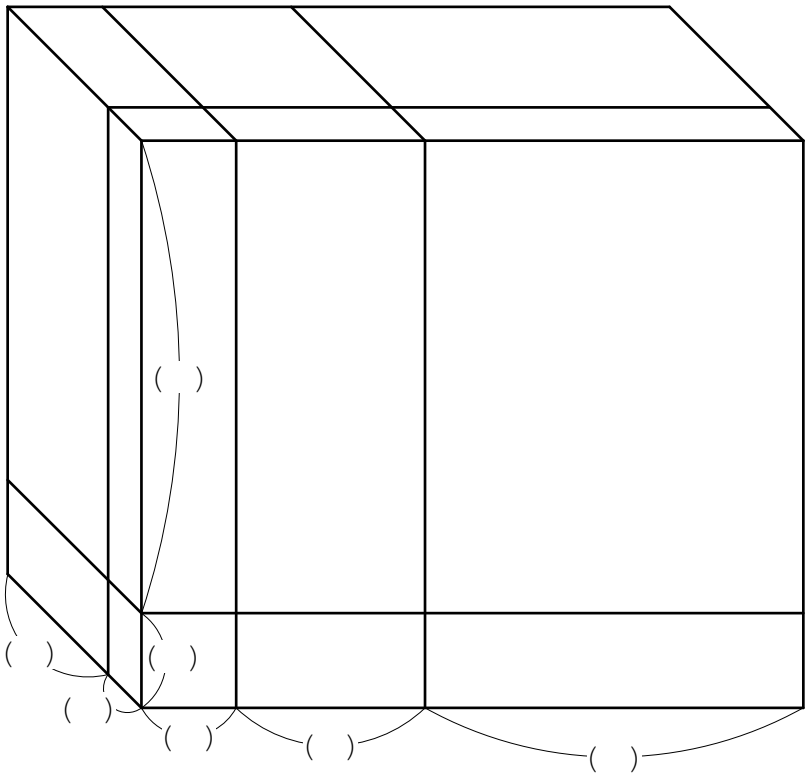
（□＋□）×（□＋□）×（□＋□）

＝（　　）個、となります。

(3)　実際に、60の約数をペアで書き出すと、

となり、確かに（　　）個になります。

(4)☆　下の図を利用して、60 の約数の総和を求めなさい。



12 次の数の約数の個数と総和を、計算で求めなさい。

(1) 360

(2) 3000

(3)☆ 2100

■ 解答 ■

1 (1) 2、2、2、
2、
2、3
(2) 2、3、3、
2、3、
2、1、3、
2

2 (1) 3、3、9
(2) 2、2、2、8
(3) 5、5、5、125

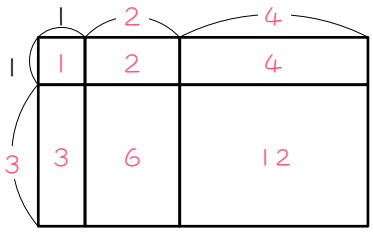
3 (1) 2、2、2、2^3
3、1、4
(2) 1、2、4、8、
4

4 (1) 2^2
2^3
(2) 2、1、3、3
(3) 3、1、4

5 (1) ① 3、3、3、3^3
② 3、1、4
(2) 4個
(3) 7個

6 (1) 2、2、3、2^2、3^1、
2、1、1、1、6
(2) 1、2、3、4、6、12、
6

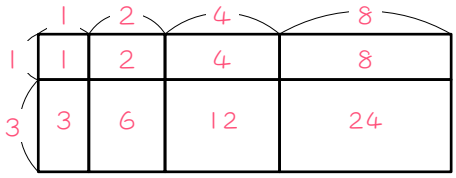
7 (1)(2)(3)



(4) ① 3
② 2
③ 3、2、6
④ 6

8 (1) 1、2、4、7、
(2) 1、3、4、
(3) 7、4、28

9 (1) 2、2、2、3、
2^3、3^1
(2) 3、1、1、1、8
(3) 60
※1＋2＋4＋8＝15
1＋3＝4
15×4＝60

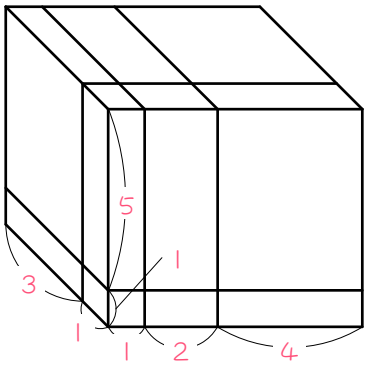


10 個数：12個　総和：195

11 (1) 2、2、3、5、
2^2、3^1、5^1
(2) 2、1、1、1、1、1、
12
(3) 下表、12

1	2	3	4	5	6
60	30	20	15	12	10

(4) 168



※1＋2＋4＝7
1＋3＝4
1＋5＝6
7×4×6＝168

12 (1) 個数：24 個　総和：1170
(2) 個数：32 個　総和：9360
(3) 個数：36 個　総和：6944

■ 解説 ■

5 (2) $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$
よって、$3 + 1 =$ 4 個

(3) $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$
よって、$6 + 1 =$ 7 個

10 $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$
個数は、
$(3 + 1) \times (2 + 1) =$ 12(個)
総和は、
$1 + 2 + 4 + 8 = 15$
$1 + 3 + 9 = 13$
$15 \times 13 =$ 195

12 (1) $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
$= 2^3 \times 3^2 \times 5^1$
個数は、
$(3 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$
$=$ 24(個)
総和は、
$1 + 2 + 4 + 8 = 15$
$1 + 3 + 9 = 13$
$1 + 5 = 6$
$15 \times 13 \times 6 =$ 1170

(2) $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$
$= 2^3 \times 3^1 \times 5^3$
個数は、
$(3 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1)$
$=$ 32(個)
総和は、
$1 + 2 + 4 + 8 = 15$
$1 + 3 = 4$
$1 + 5 + 25 + 125 = 156$
$15 \times 4 \times 156 =$ 9360

(3) $2100 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$
$= 2^2 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^1$
個数は、
$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$
$\times (1 + 1) =$ 36(個)
総和は、
$1 + 2 + 4 = 7$
$1 + 3 = 4$
$1 + 5 + 25 = 31$
$1 + 7 = 8$
$7 \times 4 \times 31 \times 8 =$ 6944