

ステップ1 【復習】等差数列の和の公式

1 にあてはまる数を求めなさい。

$$(1) 1 + 2 + 3 + \dots + 10$$

$$= (\text{ } + \text{ }) \times \text{ } \div \text{ }$$

$$= \text{ }$$

$$(2) 1 + 2 + 3 + \dots + 15$$

$$= (\text{ } + \text{ }) \times \text{ } \div \text{ }$$

$$= \text{ }$$

$$(3) 1 + 2 + 3 + \dots + 20$$

$$= (\text{ } + \text{ }) \times \text{ } \div \text{ }$$

$$= \text{ }$$

ステップ2 等差数列の和で表す

2 (1)~(5)のように、整数を等差数列の和で表しました。() にあてはまる数を求めなさい。

$$(1) \quad 28 = 1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)$$

$$(2) \quad 45 = 1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)$$

$$(3) \quad 66 = 1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)$$

$$(4) \quad 91 = 1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)$$

$$(5) \quad 120 = 1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)$$

ステップ3 「等差数列の和+余り」で表す

3 (1)~(4)のように、整数を「等差数列の和+余り」の形で表しました。

下線部分は等差数列です。()にあてはまる数を求めなさい。ただし、等差数列は、できるだけ長い等差数列とします。

$$(1) \quad 30 = \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)}_{\text{等差数列}} + (\quad)$$

$$(2) \quad 50 = \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)} + (\quad)$$

$$(3) \quad 70 = \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)} + (\quad)$$

$$(4) \quad 100 = \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)} + (\quad)$$

$$(5) \quad 200 = \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)} + (\quad)$$

ステップ4 整数の数列①：～番目の数を求める

4 次のような数列があります。

1、1、2、1、2、3、1、2、3、4、・・・

この数列にたて線 | を入れて下のようにグループに分けました。

第1グループ 第2グループ 第3グループ 第4グループ
1、 | 1、2、 | 1、2、3、 | 1、2、3、4、 | ・・・

(1) この数列は、第1グループにふく含まれる数が () 個、第2グループが () 個、第3グループが () 個、第4グループが () 個、・・・となっています。

(2) 28番目の数を求めようと思います。

① $28 = \underline{1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)}$ です。

ただし下線部は等差数列です。

② ①より、28番目の数は第 () グループの () 番目の数です。

③ ②より、28番目の数は () です。

(3) 50番目の数を求めようと思います。

① $50 = \underline{1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)} + (\quad)$ です。

ただし下線部は最長の等差数列です。

② ①より、50番目の数は第()グループの()番目の数です。

③ ②より、50番目の数は()です。

5

次の数列の100番目の数はいくつですか。

1、1、2、1、2、3、1、2、3、4、・・・

6

次の数列の50番目の数はいくつですか。

1、2、1、3、2、1、4、3、2、1、・・・

ステップ5 整数の数列②：何番目かを求める

7

次のような数列があります。

第1グループ	第2グループ	第3グループ	第4グループ
1、	1、2、	1、2、3、	1、2、3、4、 . . .

(1) ① はじめて5が現れるのは、第 () グループの () 番目です。

② ①までに整数が全部で何個あるかを考えると、

$$1 + 2 + \dots + (\quad) = (\quad) \text{個となります。}$$

③ ②より、はじめて5が現れるのは、はじめから数えて () 番目です。

(2) ① 2回目に5が現れるのは、第 () グループの () 番目です。

② ①までに整数が全部で何個あるかを考えると、

$$\underline{1 + 2 + \dots + (\quad)} + (\quad) = (\quad) \text{ 個}$$

よく考えて!

となります。ただし下線部は最長の等差数列です。

③ ②より、2回目に5が現れるのは、はじめから数えて () 番目です。

(3) ① 3回目に5が現れるのは、第 () グループの () 番目です。

② ①までに整数が全部で何個あるかを考えると、

$$\underline{1 + 2 + \dots + (\quad)} + (\quad) = (\quad) \text{ 個}$$

となります。ただし下線部は最長の等差数列です。

③ ②より、3回目に5が現れるのは、はじめから数えて () 番目です。

8

次のような数列があります。

第1グループ 第2グループ 第3グループ 第4グループ
 1、 | 1、 2、 | 1、 2、 3、 | 1、 2、 3、 4、 | ……

(1) ① はじめて10が現れるのは、第 () グループの ()
 番目です。

② ①より、はじめて10が現れるのは、

$$1 + 2 + \dots + (\quad) = (\quad) \text{番目となります。}$$

(2) ① 2回目に10が現れるのは、第 () グループの ()
 番目です。

② ①より、2回目に10が現れるのは、

$$\underline{1 + 2 + \dots + (\quad)} + (\quad) = (\quad) \text{番目}$$

となります。ただし下線部は最長の等差数列です。

(3) ① 3回目に10が現れるのは、第 () グループの ()
 番目です。

② ①より、3回目に10が現れるのは、

$$\underline{1 + 2 + \dots + (\quad)} + (\quad) = (\quad) \text{番目}$$

となります。ただし下線部は最長の等差数列です。

9

次のような数列があります。3回目に12が現れるのは、はじめから数えて何番目ですか。

1、1、2、1、2、3、1、2、3、4、・・・

10 次のような数列があります。3回目に15が現れるのは、はじめから数えて何番目ですか。

1、1、2、1、2、3、1、2、3、4、・・・

ステップ5 分数の数列

11 次のような数列があります。

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \dots$$

この数列にたて線 | を入れて下のようにグループに分けました。

$$\begin{array}{ccccccc} \text{第1グループ} & \text{第2グループ} & \text{第3グループ} & & \text{第4グループ} & & \\ \frac{1}{1}, & | \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, & | \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, & | & \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, & | & \frac{1}{5}, \dots \end{array}$$

(1) 65番目の分数を求めようと思います。

① $65 = \underline{1 + 2 + 3 + \dots + (\quad)} + (\quad)$ です。

ただし下線部は最長の等差数列です。

② ①より、65番目の分数は第()グループの()番目の数です。

③ ②より、65番目の分数は()です。

(2) $\frac{5}{10}$ がはじめから数えて何番目の分数かを求めようと思います。

① $\frac{5}{10}$ は第 () グループの () 番目の分数です。

② ②より、 $\frac{5}{10}$ ははじめから数えて、

$$\underline{1 + 2 + \cdots + (\quad)} + (\quad) = (\quad) \text{番目の分}$$

数となります。ただし下線部は最長の等差数列です。

12

次の数列の55番目の分数はいくつですか。

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \dots$$

13 次の数列について、次の問いに答えなさい。

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{5}{5}, \dots$$

(1) $\frac{6}{7}$ は左から何番目の分数ですか。

(2) 左から60番目の分数はいくつですか。

■ 解答 ■

1 (1) 1、10、10、2、
55

(2) 1、15、15、2
120

(3) 1、20、20、2
210

2 (1) 7 (2) 9 (3) 11
(4) 13 (5) 15

3 (1) 7、2 (2) 9、5
(3) 11、4 (4) 13、9
(5) 19、10

4 (1) 1、2、3、4
(2) ① 7
② 7、7
③ 7
(3) ① 9、5
② 10、5
③ 5

5 9

6 6

7 (1) ① 5、5
② 5、15
③ 15
(2) ① 6、5
② 5、5、20
③ 20
(3) ① 7、5
② 6、5、26
③ 26

8 (1) ① 10、10
② 10、55

(2) ① 11、10
② 10、10、65

(3) ① 12、10
② 11、10、76

9 103 番目

10 151 番目

11 (1) ① 10、10
② 11、10
③ $\frac{10}{11}$

(2) ① 10、5
② 9、5、50

12 $\frac{10}{11}$

13 (1) 23 番目 (2) $\frac{7}{11}$

■ 解説 ■

5

第1グループ 第2グループ 第3グループ 第4グループ
 $1, | 1, 2, | 1, 2, 3, | 1, 2, 3, 4, | \dots$

$$100 = \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 13}_{91} + 9$$

より、100番目の数は、第14グループの9番目の数。よって9

6

第1グループ 第2グループ 第3グループ 第4グループ
 $1, | 2, 1, | 3, 2, 1, | 4, 3, 2, 1, | \dots$

$$50 = \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 9}_{45} + 5$$

より、50番目の数は、第10グループの5番目の数。

第10グループを書き出すと、

$10, 9, 8, 7, 6, \dots$ よって6

9

第1グループ 第2グループ 第3グループ 第4グループ
 $1, | 1, 2, | 1, 2, 3, | 1, 2, 3, 4, | \dots$

1回目→12グループの12番目
 2回目→13グループの12番目
 3回目→14グループの12番目

よって、

$$\underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 13}_{13 \text{グループ}} + 12$$

$$= (1 + 13) \times 13 \div 2 + 12$$

$$= \underline{103(\text{番目})}$$

10

第1グループ 第2グループ 第3グループ 第4グループ
 $1, | 1, 2, | 1, 2, 3, | 1, 2, 3, 4, | \dots$

1回目→15グループの15番目

2回目→16グループの15番目

3回目→17グループの15番目

よって、

$$\underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 16}_{16 \text{グループ}} + 15$$

$$= (1 + 16) \times 16 \div 2 + 15$$

$$= \underline{151(\text{番目})}$$

12

第1グループ 第2グループ 第3グループ 第4グループ

$\frac{1}{2}, | \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, | \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, | \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, | \dots$

$$55 = 1 + 2 + 3 + \dots + 10$$

より、55番目の数は、第10グループ

の10番目の数。よって $\frac{10}{11}$

13

第1グループ 第2グループ 第3グループ 第4グループ

$\frac{1}{1}, | \frac{2}{2}, \frac{1}{2}, | \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, | \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, | \dots$

(1) $\frac{6}{7}$ は第7グループの2番目の分数。

$$\underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 6}_{6 \text{グループ}} + 2$$

$$= (1 + 6) \times 6 \div 2 + 2$$

$$= \underline{23(\text{番目})}$$

$$(2) \quad 60 = \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 10}_{55} + 5$$

より、60番目の数は、第11グループの5番目の数。

第11グループを書き出すと、

$\frac{11}{11}, \frac{10}{11}, \frac{9}{11}, \frac{8}{11}, \frac{7}{11}, \dots$

よって、 $\frac{7}{11}$