ステップ | 個数を求める

_	I から 100 までの整数を、下のように各 位 の数をばらばらにして並べました。	2
	のとき、並んでいる数字の個数を求めようと思います。	

1, 2, 3, ..., 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, ..., 9, 9, 1, 0, 0

	もとの	整数					ばら	ばら	
1けた:	I ~ 9	\rightarrow	()	個	\rightarrow	()	個
2 けた:	10~99	\rightarrow	()	個	\rightarrow	()	個
3 けた:	100	\rightarrow	()	個	\rightarrow	()	個

- (1) ばらばらにする前の I けたの整数は () 個です。 これらの整数は、ばらばらになっても () 個です。
- (2) ばらばらにする前の2けたの整数は、
 () () + () = () 個です。

これらの整数がばらばらになると、

() × () = () 個になります。

(3) ばらばらにする前の3けたの整数は() 個です。100 だけです。この整数がばらばらになると、

() × () = () 個になります。

(4) よって、求める個数は、

() + () + () = () 個、となります。

」から 1000 までの整数を、次のように各位の数をばらばらにして並べました。 このとき、並んでいる数字は全部で何個ありますか。

1、2、3、…、9、1、0、1、1、…、9、9、9、1、0、0、0

ステップ2 ~番目の数を求める

3 次のように、1から順に整数を並べます。ただし、2けた以上の数は、それぞれの位の数をばらばらにして並べます。

1、2、3、4、5、6、7、8、9、1、0、1、1、1、2、····

このとき、左から100番目の数を求めなさい。答えは、ばらばらにする前の整数、 位、数字の順に答えなさい。例えば、左から11番目の数なら、「10の1の位の0」と答えます。

1からはじまる整数を、次のように順にならべていきます。

1、2、3、4、5、6、7、8、9、1、0、1、1、1、2、・・・・

この数列の 150 番目の数はいくつですか。答えは、「10 の 1 の位の 0」のように答えなさい。

次のように、整数を<u>Oから</u>書き並べた数の列があります。

0 | 2 3 4 5 6 7 8 9 | 0 | | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 ...

この数列の、2500番目の数を求めなさい。ただし、答えは、ばらばらにする前の (5) 整数、 位、数字の順に答えなさい。例えば、左から 12 番目の数なら、「10 の 1 の位の 0 」と答えます。 0 からはじまっていることに注意!

ステップ3 何個でて(るか

6

| から 999 まで整数で、「ワ」という数字が何個使われているかについて考えます。 たとえば 「ワー」 には 「ワー」 が 2 個使われています。

もとの	整数			7の個数	
1 けた	'7 →	(P) 個		
2けた	□ '7 →	(1) 個		
	7 □ →	()) 個		
3 けた	□□ '7 →	() × () = (_) 個
	□7□ →	() × () = (\forall) 個
	'7 □□ →	() × () = (>) 個

- (I) I けたの整数につは(\mathcal{P}) 個使われています。
- (2) 2けたの整数について、

 - ② 10 の位につは (ウ) 個使われています。
- (3) 3けたの整数について、
 - ① I の位につは() X () = (x) 個使われています。
 - ② 10 の位に7は () \times () = () 個使われています。
 - ③ 100 の位につは () \times () = (7) 個使われています。
- (4) (1)~(3)より、1から999までにつは () 個使われています。

7 6を違う解き方で解きます。

[6]では、Ⅰけたの数、2けたの数、3けたの数、というように、けた数で場合分けして考えましたが、次の例のように、Ⅰけたの数は前に「00」を、2けたの数は前に「0」をおぎなうと、すべて3けたの数字として考えることができます。

【例】
$$I \to 0 \ 0 \ I$$
 、 $2 \to 0 \ 0 \ 2$ 、 … 、 $7 \to 0 \ 0 \ 7$ 、 … 、
$$I \ 0 \to 0 \ I \ 0$$
 、 $I \ I \to 0 \ I \ I$ 、 … 、 $I \ 7 \to 0$ $0 \ I \ 7$ 、 …

このとき、

$$\square$$
 7 \square \rightarrow () \times () $=$ () 個

- (I) I の位につは () \times () = () 個使われています。
- (2) 10 の位につは() imes () = () 個使われています。
- (3) IOO の位にりは () × () = () 個使われています。
- (4) (1)~(3)より、 7は全部で、 () \times () = () 個、 となります。

Ⅰから 1000 までの整数を次のように並べていきます。

1234567891011121314 · · · 9991000

このとき、数字の5は全部で何個出てきますか。



次のように | から順に | 2 までの数を続けて書(と、全部で | 5 個の数字が並びます。

123456789101112

同じ方法で、 I から順に 2020 までの数を続けて書きました。 このとき、数字の9 は全部で何個ありますか。

ステップ4~がはじめて~個出て(る

【○ 次のように、整数を1から順番に、各位の数をばらばらにして並べます。

1、2、3、4、5、6、7、8、9、1、0、1、1、1、2、…

このとき、12まで並べると、1の個数がはじめて5個になります。

同じように、5の個数がはじめて19個になるのは、いくまで整数を並べたときかについて考えます。

もと		5 0	個数	
1 けた	I ~ 9	\rightarrow	() 個
2けた	10~19	\rightarrow	() 個
	20~29	\rightarrow	() 個
	30~39	\rightarrow	() 個
	40~49	\rightarrow	() 個
	50~59	\rightarrow	() 個

- (1) もとの整数の1~9に5は() 個出てきます。
- (2) もとの整数の 10~19 に5 は () 個出てきます。
- (3) もとの整数の 20~29 に5 は () 個出てきます。
- (4) もとの整数の 30~39 に5 は () 個出てきます。
- (5) もとの整数の 40~49 に5 は () 個出てきます。
- (6) もとの整数の 50~59 に 5 は () 個出てきます。 55 に 5 は 2 個あります。
- (7) (1)~(6)より、5の個数がはじめて17個になるのは、() まで並べたときです。

| | 次のように、整数を I から順番に、各位の数をばらばらにして並べます。

1、2、3、4、5、6、7、8、9、1、0、1、1、1、2、…

2の個数がはじめて 18 個になるのは、いくつまで整数を並べたときですか。 (例えば 1 の個数がはじめて 4 個になるのは 11 まで整数を並べたときです。)

ステップ5 和を求める

| 1 2 | 1 から 49 までの整数を、次のように各位の数をばらばらにして並べました。このとき、この数列のすべての数の和を求めようと思います。

1, 2, 3, 4, ..., 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, ..., 4, 9

 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9

 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19

 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29

 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39

 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49

(1) もとの整数の | の位に使われていた数の和は、上の表の赤い文字に注目して、

(2) もとの整数の 10 の位に使われていた数の和は、上の表の青い文字に注目して、

	です。
--	-----

(3) (1)(2)より、この数列のすべての数の和は

() + () = () , Exupts.

┃ 3 整数を、次のように各位の数をばらばらにして並べました。

1、2、3、4、5、6、7、8、9、1、0、1、1、1、2、・・・・

(1) この数列の 130 番目の数を求めなさい。

(2) この数列の 130 番目の数までの和を求めなさい。

| | 4 | 整数を、次のように各位の数をばらばらにして並べました。

1、2、3、4、5、6、7、8、9、1、0、1、1、1、2、・・・・

(1) この数列の 190 番目の数を求めなさい。

(2) この数列の 190 番目の数までの和を求めなさい。

ステップ5 練習問題

15

」から30までの整数を左から小さい順に並べます。ただし、2けたの整数の場合は、十の位の数と一の位の数を分けて別々の数にして並べます。

1, 2, 3, ..., 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, ..., 2, 9, 3, 0

(1) 並んでいる数は全部で何個ですか。

(2) 並んでいる数のうち、2は全部で何個ですか。

(3) 並んでいる数すべての和はいくつですか。

整数を1から小さい順にすきまを空けずにつめて書き並べます。

1234567891011121314.....

このとき、10番目の数字は 1、15番目の数字は 2 となります。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 25番目の数字はいくつですか。

(2) 77番目の数字はいくつですか。

(3) |番目から 77 番目までの 77 個の数字の中に、 3 は何個ありますか。

(4) 1番目から 77 番目までの 77 個の数字をすべて加えるといくつになりますか。

解答

1

もとの整数

ばらばら

|けた: |~9 → 9個 → 9個

2けた: 10~99 → 90個 → 180個

3けた: 100 → 1個 → 3個

- (1) 9, 9
- (2) 99, 10, 1, 90,

90、2、180

- (3) | (
 - 1、3、3
- (4) 9、180、3、192
- 2

2893 個

- 55 の 10 の位の 5
- 80 の 10 の位の8
- 869の1の位の9
- 6

もとの整数

つの個数

- l けた ワ → l 個
- 2 けた □ ワ → 9個
 - 7 □ → 10 個
- 3 けた □□7 → 9 × 10 = 90 個
 - □ 7 □ → 9 × 10 = 90 個
 - 7 □ □ → I0×I0=I00 個
- (1)
- (2) () 9
 - 2 10
- (3) (1) 9, 10, 90
 - 2 9 10 90
 - 3 10, 10, 100
- (4) 300

- 7 (1) 10, 10, 100
 - (2) 10, 10, 100
 - (3) 10, 10, 100
 - (4) 100, 3, 300
- 8 300 個
- 9 602 個
- 0 (1) 1
 - (2)
 - (3)
 - (4)
 - (4)
 - (5) |
 - (6) 11
 - (7) 65
- 72
- 12 (1) 5、225
 - (2) 1, 2, 3, 4, 10, 100
 - (3) 225, 100, 325
- 13 (1) 7
 - (2) 532
- 14 (1) 1
 - (2) 901
- 15 (1) 51 個
 - (2) 13個
 - (3) 168
- 16 (1) 7
 - (2) 3
 - (3) 15個
 - (4) 262

解說

2 もとの数 ばらばら

1~9 :9個

 $10\sim99$: $90\times2=180(個)$

100~999 : 900×3=2700(個)

1000 : 4個

よって、

9 + 180 + 2700 + 4 = 2893 (個)

- 3 I けた (I ~ 9) の9個をのぞくと、 100-9=91(個) ここから2けたの数になる
 - ここから2けたの数になる 91÷2=45 余り1 45+1=46

より、

46 個目の 2 けたの数の 10 の位の数。 10+46-1=55…46 個目の数

よって、<u>55 の 10 の位の</u>5

- |4| I けた(I ~ 9)の9個をのぞくと、 | 150-9=|4|(個)
 - ここから2けたの数になる |4|÷2=70余り| |70+|=7|

より、

7| 個目の2けたの数の |0 の位の数 |0+7|-|=80…7| 個目の数

よって、80の10の位の8

5 もとの数 ばらばら

0~9 :10個

10~99 : 90×2=180(個)

より、1けた (0~9) の10個と、2

けた (10~99) の 180 個をのぞくと、

2500-(10+180)=2310(個)

ここから3けたの数になる

 $2310 \div 3 = 770$

より、

770 個目の 3 けたの数の 1 の位の数。

100+770-1=869…770個目の数

よって、869の1の位の9

8 | けた: 5→ | 個

2けた: □5→9個

5 □→10 個

3 けた: \square 5 \rightarrow 9 \times 10 = 90(個)

□ 5 □ → 9 × 10 = 90(個)

5 □□→I0×I0=I00(個)

以上より、

 $1+9+10+90\times2+100=300(個)$

【別解】

○をおぎなって、001~999 までの 3 け たの整数と考えると、

- □□ 5 → I0 × I0 = I00(個)
- □ 5 □→10×10=100(個)

5 □□→10×10=100(個)

よって、

100×3=300(個)

|9| |けた: 9→|個 2 けた: □9→9個 9 □→10 個 3 けた: \square \square $9 \rightarrow 9 \times 10 = 90$ (個) □ 9 □ → 9 × 10 = 90(個) 9 □□→I0×I0=I00(個) 4けた: I □ □ 9 → I0 × I0 = I00(個) I □ 9 □ → I 0 × I 0 = I 0 0 (個) I 9 □□→I0×I0=I00(個) 2009、2019→2個 以上より、 $1 + 9 + 10 + 90 \times 2 + 100 \times 4 + 2$ =602(個) 【別解】 1~999までは、○をおぎなって3け たの整数と考えると、 □□9→10×10=100(個) □ 9 □ → 10 × 10 = 100(個) 9 □□→I0×I0=I00(個) より、 100×3=300(個) 1000~1999 までは、1~999 と等しく 300個 2000 台は、2009、2019 の2個 よって、

300×2+2=602(個)

10~19: | 個 20~29: | 1個 <mark>※22 に 2 は 2 個 あ る</mark> 30~39: | 個 40~49: | 個 50~59: | 個 60~69: | 個 以上で | 7 個。 あと | 個 だか ら、72

- | 13 (1) | | けた (1~9) の9個をのぞくと、 | 130-9=121(個) | ここから2けたの数になる | 121÷2=60余り | 60+1=61 | より、 | 61 個目の2けたの数の | 10 の位の数。 | 10+61-1=70…130 個目の数よって、70 の | 10 の位の<u>7</u>

| の位 (上の表の赤い数) の和は、 (1+2+…+9)×7=315 | 10 の位 (上の表の青い数) の和は、 (1+2+3+4+5+6)×10+7 =217 よって、 315+217=532

```
| 14 (1) もとの数 ばらばら | ~9 : 9個 | 10~99 : 90×2=180(個) | より、1けた(1~9)の9個 | と、2けた(10~99)の 180 個を のぞくと、 | 190-(9+180)=1(個) | よって、3けたの1個目の数の百 の位の数。 | よって、100 の百の位の1
```

(2)

1 2 3 4 5 6 7 8 9

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

30 31 32 33 34 35 36 37 38 39

:

90 91 92 93 94 95 96 97 98 99

| の位(上の表の赤い数)の和は、 (1+2+…+9)×10=450 | 10の位(上の表の青い数)の和は、 (1+2+…+9)×10=450 | 100の位の和は、| よって、 450×2+1=901

- - (2) Iの位: □2→3個 IOの位: 2□→IO個 3+I0=I3個
 - (3) 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
 - Iの位(上の表の赤い数)の和は、(1+2+…+9)×3=135
 IOの位(上の表の青い数)の和は、(1+2)×10+3=23
 よって、
 135+23=168
- | 16 (I) | Iけた (I~9) の9個をのぞくと、
 | 25-9=16(個)
 | ここから2けたの数になる | 16÷2=8 | より、
 | 8個目の2けたの数の | の位の数。 | 10+8-1=17 | よって、17の | の位のつ

- (2) | けた (1~9) の9個をのぞくと、 77-9=68(個) ここから2けたの数になる 68÷2=34 より、 34個目の2けたの数の1の位の数。 10+34-1=43…34個目の数よって、43の1の位の3
- (3) Iの位: □3→5個 IOの位: 3□→IO個 5+IO=I5(個)
- (4) I 2 3 4 5 6 7 8 9

 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29

 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39

 40 41 42 43
 - | の位 (上の表の赤い数) の和は、 (1+2+…+9)×4+1+2+3 =186 | 10 の位 (上の表の青い数) の和は、 (1+2+3)×10+4×4 =76 よって、 | 186+76=<u>262</u>