ステップ１　並べ方と選び方の区別

１　A、B、Cの３人の小学生がいます。

(1)　３人の中から２人を選んで並べます。

①　並べ方を、樹形図を使ってすべて書きなさい。

②　並べ方は全部で何通りありますか。

(2)　３人の中から２人を選んで組をつくります。

①　２人の組み合わせを、樹形図を使ってすべて書きなさい。

②　組み合わせは全部で何通りありますか。

2 A、B、C、Dの４人の小学生がいます。

(1) ４人の中から２人を選んで並べます。

① 並べ方を、樹形図を使ってすべて書きなさい。

② 並べ方は全部で何通りありますか。

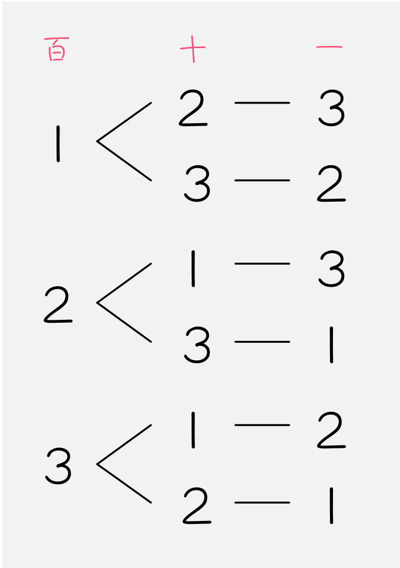
(2) ４人の中から２人を選んで組をつくります。

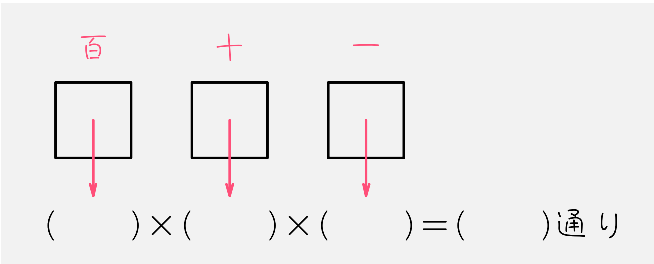
① ２人の組み合わせを、樹形図を使ってすべて書きなさい。

② 組み合わせは全部で何通りありますか。

ステップ２　復習：順列（並べ方）の計算

3　$\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{3}$の３枚のカードを並べて３けたの整数をつくります。





(1)　百の位に入るカードは（　　　）通り。

(2)　十の位に入るカードは、百の位に使ったカード以外の（　　　）通り。

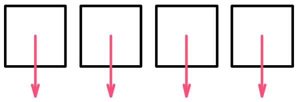
(3)　一の位に入るカードは、百の位に使ったカードと十の位に使ったカード以外の（　　　）通り。

(4)　(1)、(2)、(3)より、３けたの整数は全部で、

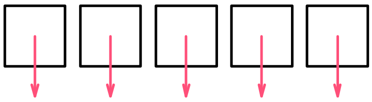
（　　　）×（　　　）×（　　　）＝（　　　）通りとなります。

$\boxed{4}$ 次の問いに答えなさい。

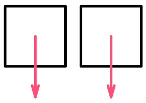
(1) $\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{3}$、$\boxed{4}$の４枚のカードを並べて４けたの整数をつくると、整数は全部で（　　　）通りできます。



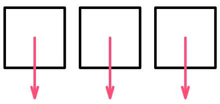
(2) $\boxed{1}$、$\boxed{2}$、$\boxed{3}$、$\boxed{4}$、$\boxed{5}$の５枚のカードを並べて５けたの整数をつくると、整数は全部で（　　　）通りできます。



(3) A、B、Cの３人から２人を選んで一列に並べます。並べ方は全部で（　　　）通りあります。



(4) A、B、C、Dの４人から３人を選んで一列に並べます。並べ方は全部で（　　　）通りあります。



ステップ３　組み合わせ（選び方）を記号で表す

5　３人の中から１人を選ぶ選び方を「$_3C_1$」、５人の中から２人を選ぶ選び方を「$_5C_2$」と表します。このとき、次の選び方を記号を使って表しなさい。

(1)　２人の中から１人を選ぶ

(2)　３人の中から２人を選ぶ

(3)　４人の中から１人を選ぶ

(4)　５人の中から３人を選ぶ

(5)　６人の中から２人を選ぶ

(6)　７人の中から３人を選ぶ

ステップ４　１人を選ぶ

6　Ａ君、Ｂ君の２人の中から１人を選ぶ選び方は、Ａ君を選ぶかＢ君を選ぶかの２通りしかないので、「$_2C_1 = 2$」です。このとき、次の選び方を記号を使って表し、その答えも求めなさい。

(1)　３人の中から１人を選ぶ

(2)　４人の中から１人を選ぶ

(3)　５人の中から１人を選ぶ

(4)　６人の中から１人を選ぶ

(5)　７人の中から１人を選ぶ

(6)　８人の中から１人を選ぶ

ステップ5　2人を選ぶ

7　2の(2)で、A、B、C、Dの4人の中から2人を選ぶ組み合わせは6通りありました。これを、計算で求める方法について考えます。

・まず、A、B、C、Dの4人の中から2人を選んで並べます。

並べ方は全部で、（　　　）×（　　　）＝（　　　）通り・・・★

あります。これを全て書き出すと、次のようになります。

A B
A C
A D
B A
B C
B D
C A
C B
C D
D A
D B
D C

赤い部分が重複しています。

・ここで2人の組み合わせについて考えると、

（A、B）と（B、A）は同じ組み合わせ、

（A、C）と（C、A）は同じ組み合わせ、

（A、D）と（D、A）は同じ組み合わせ、

（B、C）と（C、B）は同じ組み合わせ、

（B、D）と（D、B）は同じ組み合わせ、

（C、D）と（D、C）は同じ組み合わせ、です。

・つまり、★の並べ方の中には、同じ組み合わせが 2 通りずつあることになります。これは、２人の順番を入れかえても、組み合わせとしては同じだからです。

・よって、A、B、C、Dの４人の中から２人を選ぶ組み合わせは

（　　　）÷（　　　）＝（　　　）通り、となります。

・ところで、ABとBAのように、同じ組み合わせが 2 通りずつできましたが、この「2 通り」は２人の並べ方のことなので、

（　　　）×（　　　）＝２通り、と求められます。

・以上の計算を、高校で習う数学では、次のように分数で計算します。分数の形で表すと、形がきれいで、公式として覚えやすいからです。

$$ {}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6\text{（通り）} $$

$\boxed{8}$ $\boxed{1}$の(2)で、A、B、Cの３人の中から２人を選ぶ組み合わせは３通りありました。これを、計算で求める方法について考えます。

・まず、A、B、Cの３人の中から２人を選んで並べます。

並べ方は全部で、（　　　）×（　　　）＝（　　　）通り・・・★

あります。これを全て書き出すと、次のようになります。

A B
A C
B A
B C
C A
C B

赤い部分が重複
しています。

・ここで２人の組み合わせについて考えると、

（A、B）と（B、A）は同じ組み合わせ、

（A、C）と（C、A）は同じ組み合わせ、

（B、C）と（C、B）は同じ組み合わせ、です。

・つまり、★の並べ方の中には、同じ組み合わせが 2 通りずつあることになります。これは、２人の順番を入れかえても、組み合わせとしては同じだからです。

・よって、A、B、Cの３人の中から２人を選ぶ組み合わせは

（　　　）÷（　　　）＝（　　　）通り、となります。

・ところで、ＡＢとＢＡのように、同じ組み合わせが 2 通りずつできましたが、この「2 通り」は２人の並べ方のことなので、

（　　　）×（　　　）＝２通り、と求められます。

・以上の計算を、分数の形でまとめると、次のようになります。

$$ {}_3C_2 = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3\text{（通り）} $$

・ところで、３人の中から２人を選ぶ選び方は、３人の中から残りの１人を選ぶ選び方と同じです。よって、次のように計算することもできます。

$$ {}_3C_2 = {}_3C_1 = 3\text{（通り）} $$

9 例にならって、次の選び方を記号を使って表し、答えを求めなさい。

例　３人の中から２人を選ぶ　$_3C_2 = \frac{3\times2}{2\times1} = 3$(通り)

(1)　４人の中から２人選ぶ

(2)　５人の中から２人選ぶ

(3)　６人の中から２人選ぶ

(4)　７人の中から２人選ぶ

(5)　８人の中から２人選ぶ

(6)　９人の中から２人選ぶ

ステップ６　３人を選ぶ

$\boxed{10}$　A、B、C、D、Eの５人の中から３人を選ぶ組み合わせが何通りあるか、計算で求めてみましょう。

・まず、５人の中から３人を選んで並べます。並べ方は全部で、

（　　　）×（　　　）×（　　　）＝（　　　）通り

あります。これを書き出すと、次のようになります。

$$\left.\begin{array}{ccc} A & B & C \\ A & B & D \\ A & B & E \\ & \cdot & \\ & \cdot & \\ & \cdot & \\ E & D & C \end{array}\right) \text{60通り}$$

・ここで、３人の組み合わせについて考えてみます。今回も、$\boxed{7}$, $\boxed{8}$のように、同じ組み合わせができます。ただし、全てを書き出して調べるのは大変なので、この60通りの中に（A、B、C）と同じ組み合わせが何通りあるか考えます。すると、次のようになります。

（A、B、C）と
（A、C、B）と
（B、A、C）と
（B、C、A）と
（C、A、B）と
（C、B、A）は、同じ組み合わせです。

・ここから、60通りの並べ方の中には、同じ組み合わせが 6 通りずつあることが分かります。これは、3人の順番を入れかえても、組み合わせとしては同じだからです。

・よって、A、B、C、D、Eの5人の中から3人を選ぶ組み合わせは

（　　）÷（　　）＝（　　）通り、となります。

・ところで、ABCとACB、BAC、BCA、CAB、CBAのように、同じ組み合わせが 6 通りずつできましたが、この「6 通り」は3人の並べ方のことなので、

（　　）×（　　）×（　　）＝6通り、と求められます。

・以上の計算を、分数の形でまとめると、次のようになります。

$$ {}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10(\text{通り}) $$

・また、5人の中から3人を選ぶ選び方は、5人の中から残りの2人を選ぶ選び方と同じです。よって、次のように計算することもできます。

$$ {}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10(\text{通り}) $$

11 例にならって、次の選び方を記号を使って表し、答えを求めなさい。

例　５人の中から３人を選ぶ　$_5C_3=\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$(通り)

(1)　４人の中から３人選ぶ

(2)　６人の中から３人選ぶ

(3)　７人の中から３人選ぶ

(4)　８人の中から３人選ぶ

(5)　９人の中から３人選ぶ

(6)　10人の中から３人選ぶ

ステップ７　まとめ

12　次の選び方を記号を使って表し、何通りあるかを求めなさい。

(1)　４人の中から２人選ぶ

(2)　５人の中から２人選ぶ

(3)　６人の中から２人選ぶ

(4)　５人の中から３人選ぶ

(5)　６人の中から３人選ぶ

(6)　７人の中から２人選ぶ

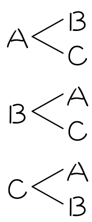
(7)　７人の中から３人選ぶ

(8)　８人の中から２人選ぶ

(9)☆　８人の中から４人選ぶ

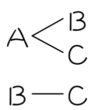
■　解答・解説　■

1　(1)　①



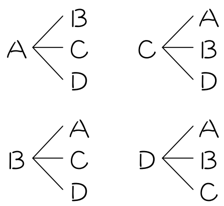
②　6通り

(2)　①



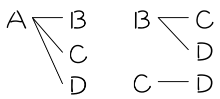
②　3通り

2　(1)　①



②　12通り

(2)　①



②　6通り

3　(1)　3　(2)　2　(3)　1

(4)　3、2、1、6

4　(1)　$4\times3\times2\times1=\underline{24(通り)}$

(2)　$5\times4\times3\times2\times1=\underline{120(通り)}$

(3)　$3\times2=\underline{6(通り)}$

(4)　$4\times3\times2=\underline{24(通り)}$

5　(1)　${}_2C_1$　(2)　${}_3C_2$　(3)　${}_4C_1$

(4)　${}_5C_3$　(5)　${}_6C_2$　(6)　${}_7C_3$

6　(1)　${}_3C_1=3$　(2)　${}_4C_1=4$

(3)　${}_5C_1=5$　(4)　${}_6C_1=6$

(5)　${}_7C_1=7$　(6)　${}_8C_1=8$

7　$4\times3=12$、$12\div2=6$、2×1

8　$3\times2=6$、$6\div2=3$、2×1

9　(1)　${}_4C_2=\dfrac{4\times3}{2\times1}=\underline{6(通り)}$

(2)　${}_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=\underline{10(通り)}$

(3)　${}_6C_2=\dfrac{6\times5}{2\times1}=\underline{15(通り)}$

(4)　${}_7C_2=\dfrac{7\times6}{2\times1}=\underline{21(通り)}$

(5)　${}_8C_2=\dfrac{8\times7}{2\times1}=\underline{28(通り)}$

(6)　${}_9C_2=\dfrac{9\times8}{2\times1}=\underline{36(通り)}$

10　$5\times4\times3=60$、$60\div6=10$、

$3\times2\times1$

11　(1)　${}_4C_3=\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=\underline{4(通り)}$

(2)　${}_6C_3=\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=\underline{20(通り)}$

(3)　${}_7C_3=\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=\underline{35(通り)}$

(4)　${}_8C_3=\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=\underline{56(通り)}$

(5)　${}_9C_3=\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=\underline{84(通り)}$

(6)　${}_{10}C_3=\dfrac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=\underline{120(通り)}$

12　(1)　${}_4C_2=\dfrac{4\times3}{2\times1}=\underline{6(通り)}$

(2)　${}_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=\underline{10(通り)}$

(3)　${}_6C_2=\dfrac{6\times5}{2\times1}=\underline{15(通り)}$

(4)　${}_5C_3={}_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=\underline{10(通り)}$

(5)　${}_6C_3=\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=\underline{20(通り)}$

(6)　${}_7C_2=\dfrac{7\times6}{2\times1}=\underline{21(通り)}$

(7)　${}_7C_3=\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=\underline{35(通り)}$

(8)　${}_8C_2=\dfrac{8\times7}{2\times1}=\underline{28(通り)}$

(9)　${}_8C_4=\dfrac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}=\underline{70(通り)}$