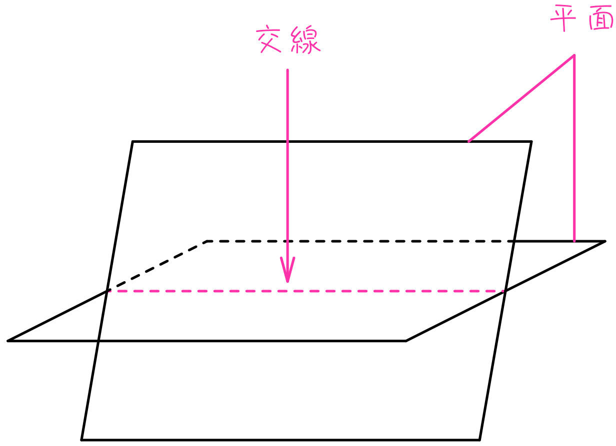
2回切り問題のポイント

1. 交線を作図する

2つの平面が交わると、必ず直線ができます。この直線のことを、交線（こうせん）といいます。



2. 体積を求める方法は次の3通りのどれか！

① 柱の体積＝底面積×高さ

② すいの体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$

③ 柱の斜め切り＝底面積×高さの平均

ただし、高さの平均が使えるのは、底面が円、三角形、正方形、長方形、ひし形、平行四辺形、正偶数角形のときだけ。

底面が台形のときはダメ！

ステップ１　柱の利用

1　図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｅ、Ｆを通る平面と、Ａ、Ｂ、Ｇを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。

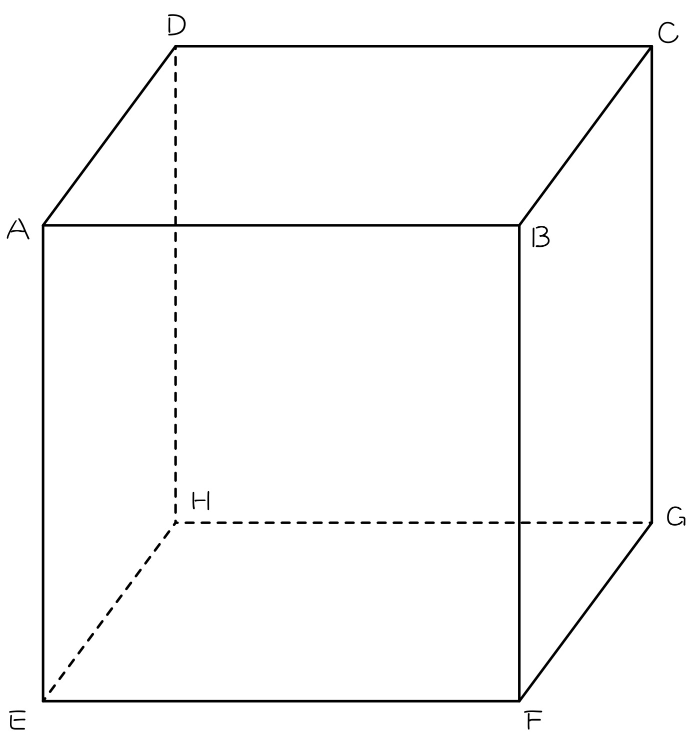
(1)　３点Ｄ、Ｅ、Ｆを通る平面と、３点Ａ、Ｂ、Ｇを通る平面の交わる線（交線といいます）を、次の手順に仕方に従って作図しなさい。

＜作図のしかた＞

① 立方体の表面で、２つの切り口が交わる交点をさがす。

② ①の２点を結ぶ。

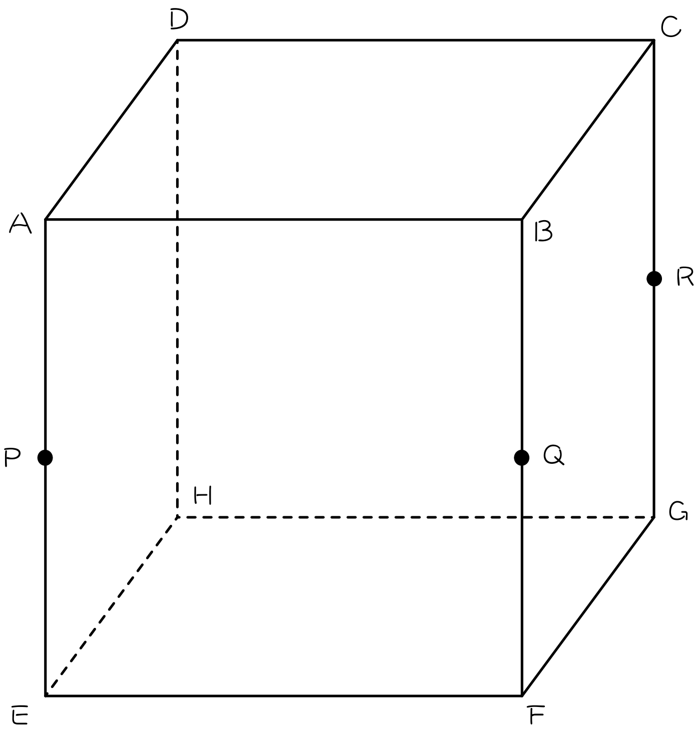
(2)　面ＥＦＧＨを含む立体の体積を求めなさい。



2 図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｅ、Ｆを通る平面と、Ｐ、Ｑ、Ｒを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。ただし、Ｐ、Ｑ、Ｒは辺のまん中の点です。

(1) Ｄ、Ｅ、Ｆを通る平面と、Ｐ、Ｑ、Ｒを通る平面の交わる線（交線）を作図しなさい。

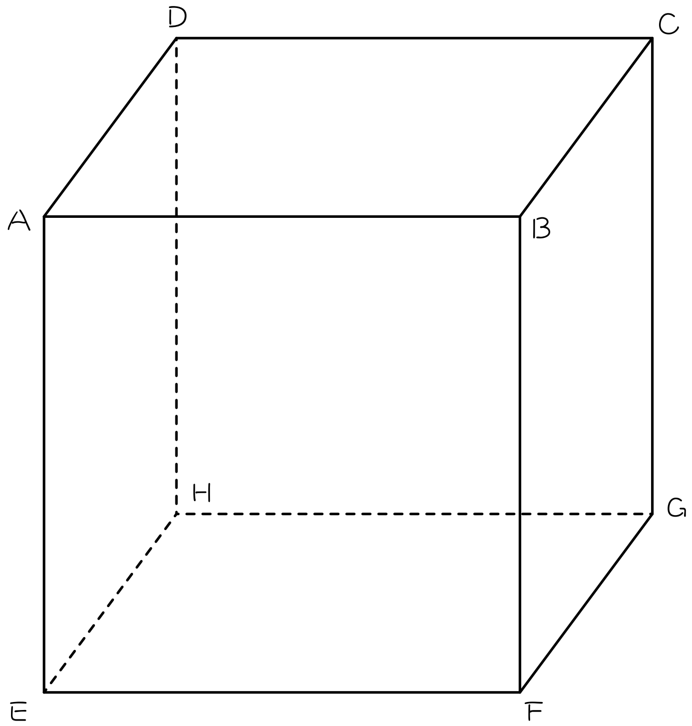
(2) Ｇを含む立体の体積を求めなさい。



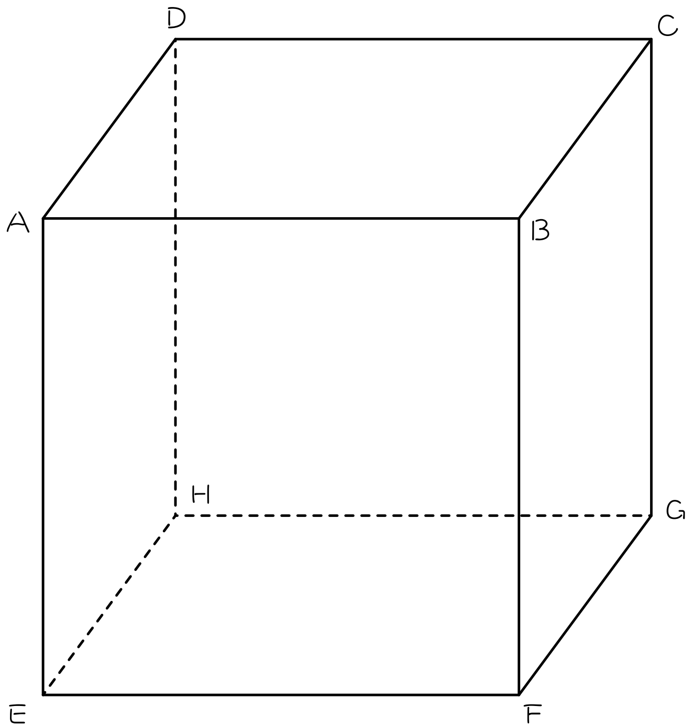
ステップ２　すいの利用

3

図のような１辺６cmの立方体を、D、E、Fを通る平面と、D、B、Fを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、３点E、F、Hを含む立体の体積を求めなさい。

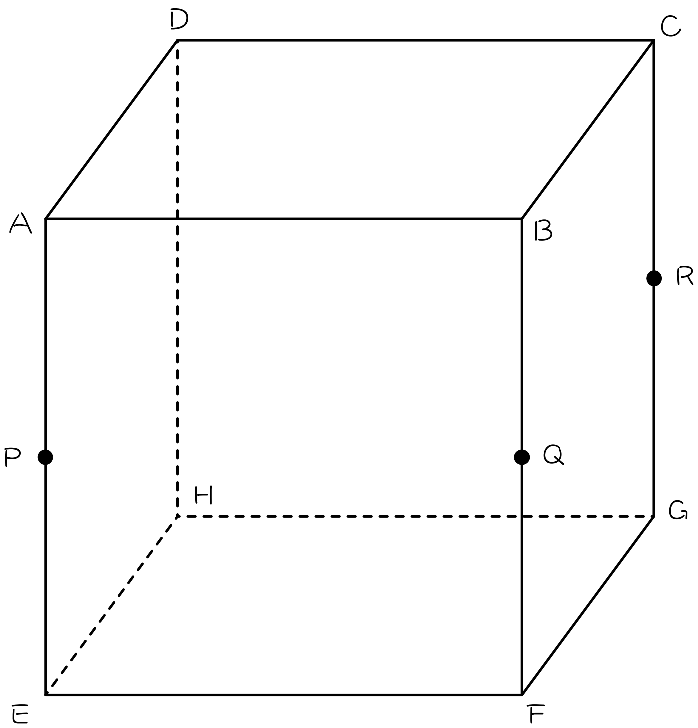


4　図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｅ、Ｆを通る平面と、Ｄ、Ａ、Ｆを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、Ｈを含む立体の体積を求めなさい。



5

図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｐ、Ｆを通る平面と、Ｐ、Ｑ、Ｒを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、Ｈを含む立体の体積を求めなさい。ただしＰ、Ｑ、Ｒは辺のまん中の点です。

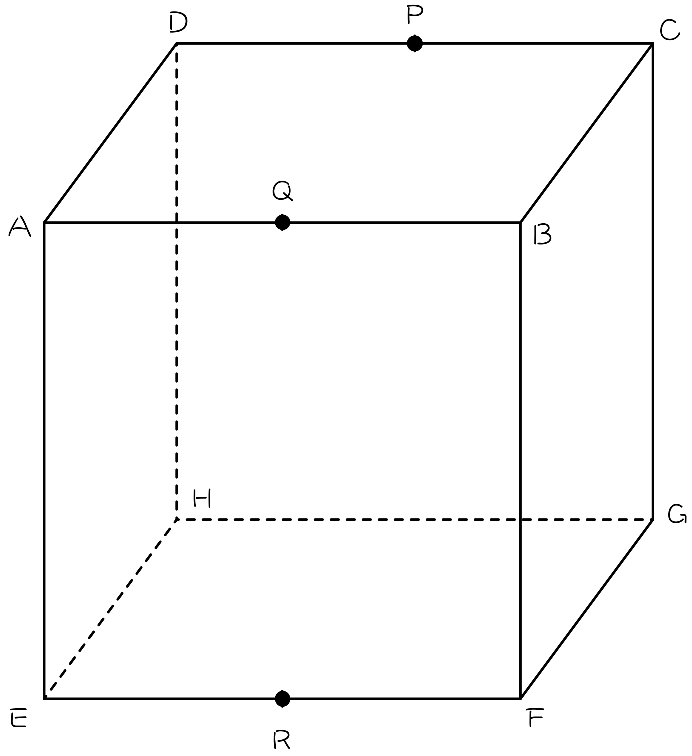


6

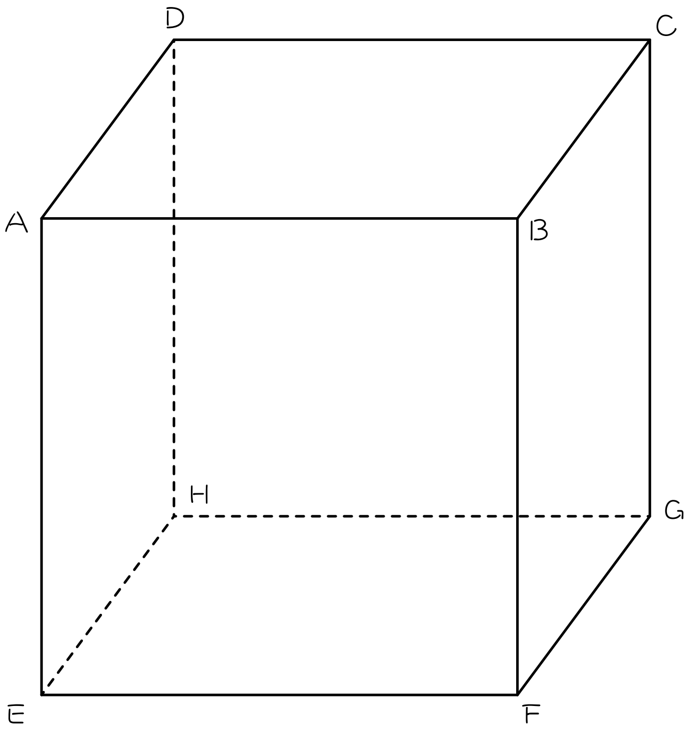
図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｂ、Ｅを通る平面と、Ｐ、Ｑ、Ｒを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。

(1)　４つの立体のうち最も小さい立体の体積を求めなさい。

(2)　Ａを含む立体の体積を求めなさい。

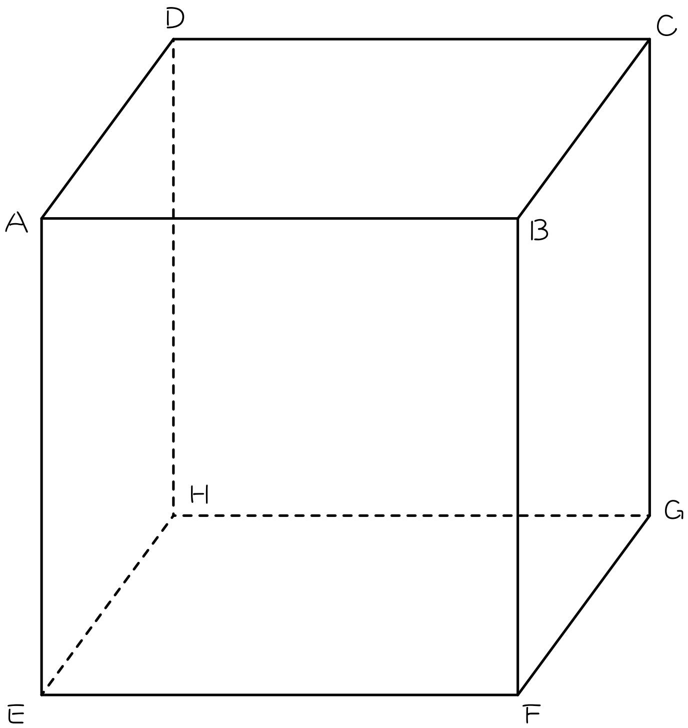


７　図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｂ、Ｅを通る平面と、Ａ、Ｅ、Ｇを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、辺ＡＢを含む立体の体積を求めなさい。



8

図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｂ、Ｅを通る平面と、Ａ、Ｆ、Ｇを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、辺ＡＢを含む立体の体積を求めなさい。

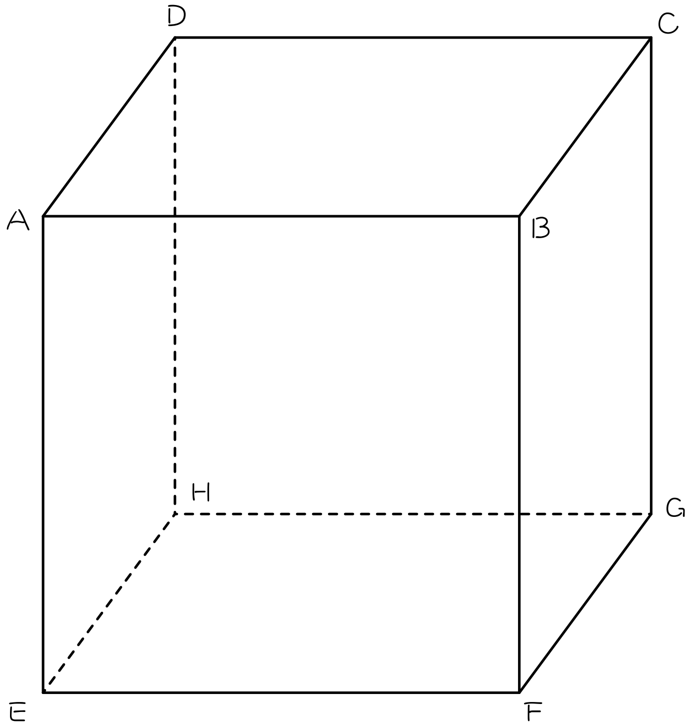


9

図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｂ、Ｅを通る平面と、Ａ、Ｃ、Ｆを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。

(1) 辺ＡＢを含む立体の体積を求めなさい。

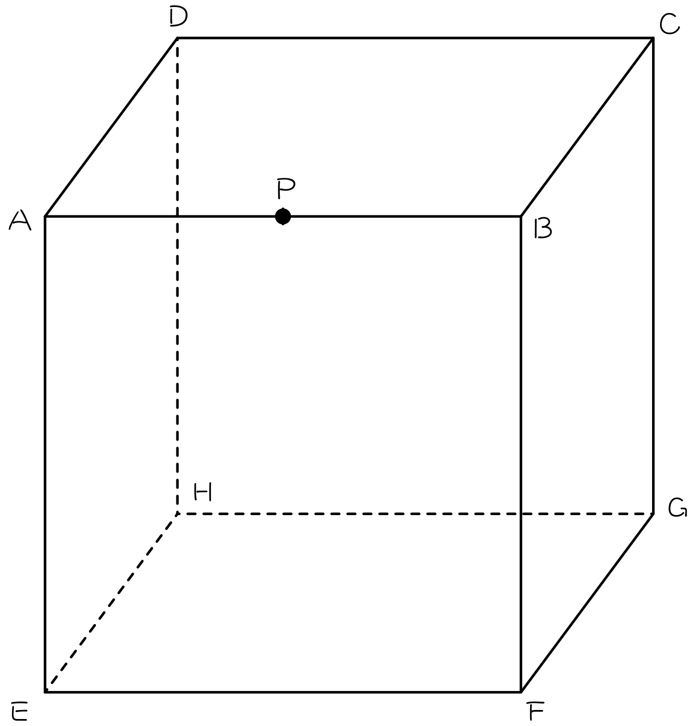
(2) Ｇを含む立体の体積を求めなさい。



10 図のような１辺６cmの立方体を、Ｐ、Ｅ、Ｇを通る平面と、Ｄ、Ｂ、Ｅを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。ただし、Ｐは辺のまん中の点です。

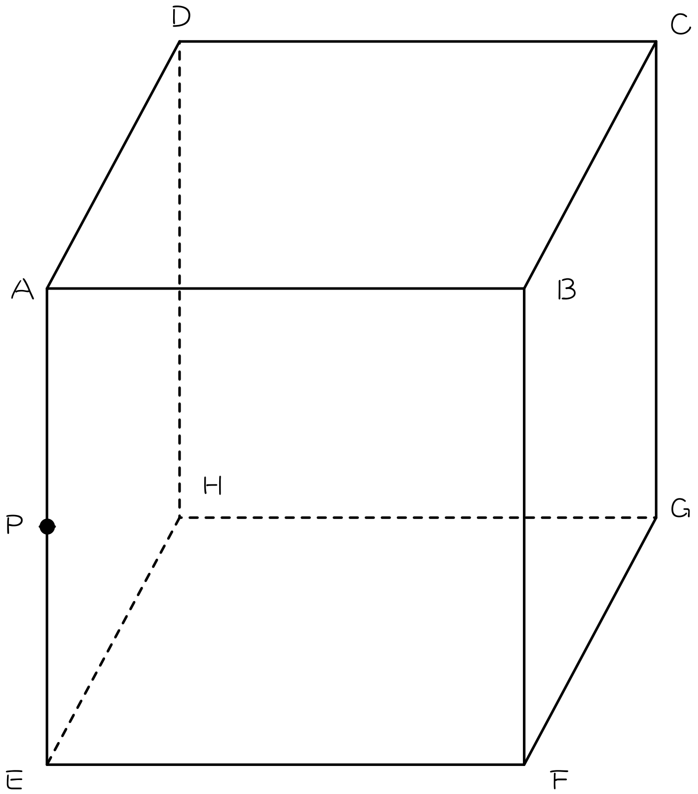
(1) ４つの立体のうち、最も小さい立体の体積を求めなさい。

(2) Ａを含む立体の体積を求めなさい。

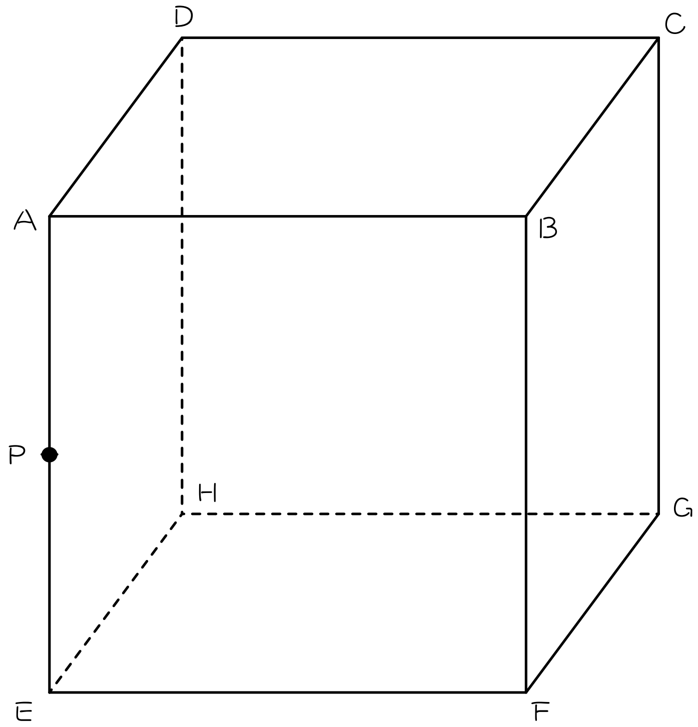


ステップ３　高さ平均の利用

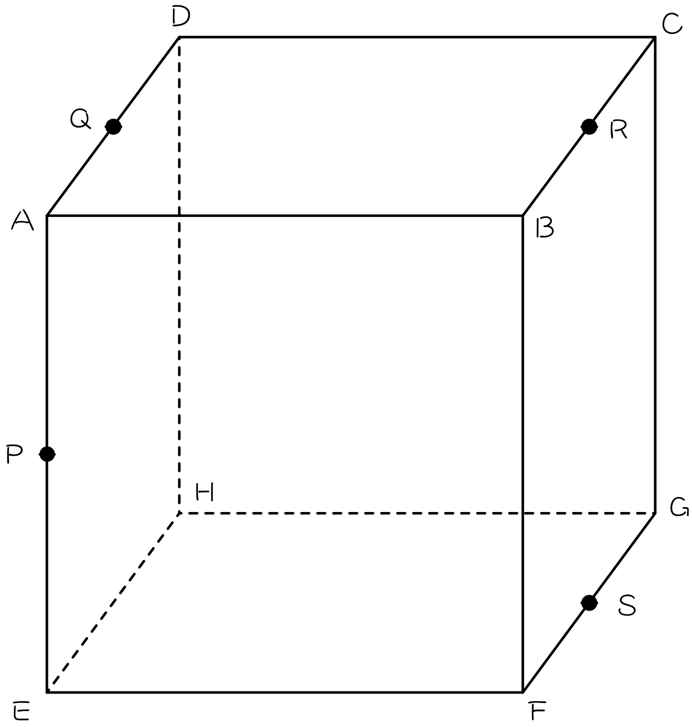
１１ 図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｐ、Ｆを通る平面と、Ｄ、Ｂ、Ｆを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、点Ｅを含む立体の体積を求めなさい。ただし、Ｐは辺のまん中の点です。



１２ 図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｐ、Ｆを通る平面と、Ａ、Ｅ、Ｇを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、３点Ｅ、Ｆ、Ｇを含む立体の体積を求めなさい。ただしＰは辺のまん中の点です。

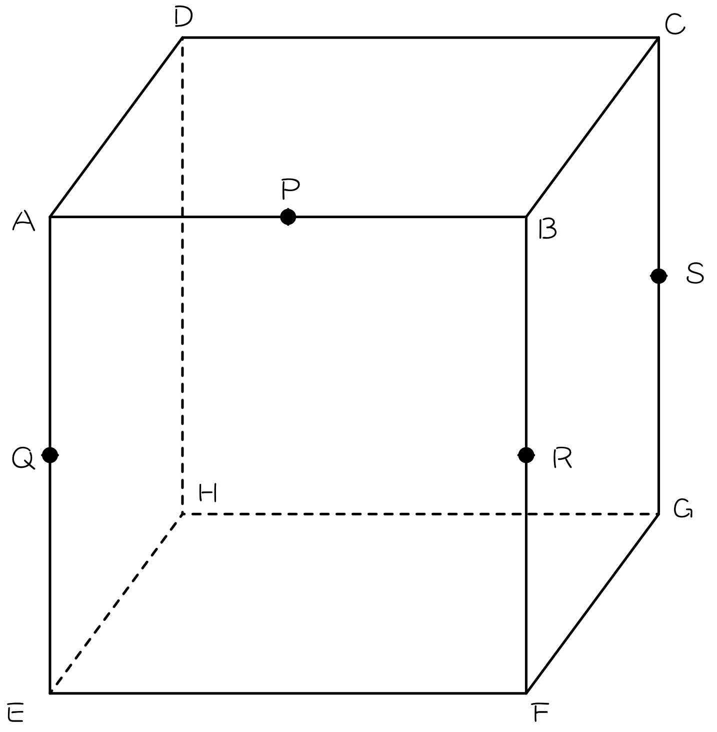


１３ 図のような１辺６cmの立方体を、Ｄ、Ｐ、Ｆを通る平面と、Ｑ、Ｒ、Ｓを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、点Ｅを含む立体の体積を求めなさい。ただし、Ｐ、Ｑ、Ｒ、Ｓは辺のまん中の点です。



ステップ４　延長

14　図のような１辺６cmの立方体を、Ｐ、Ｅ、Ｇを通る平面と、Ｑ、Ｒ、Ｓを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、点Ｆを含む立体の体積を求めなさい。ただし、Ｐ、Ｑ、Ｒ、Ｓは辺のまん中の点です。

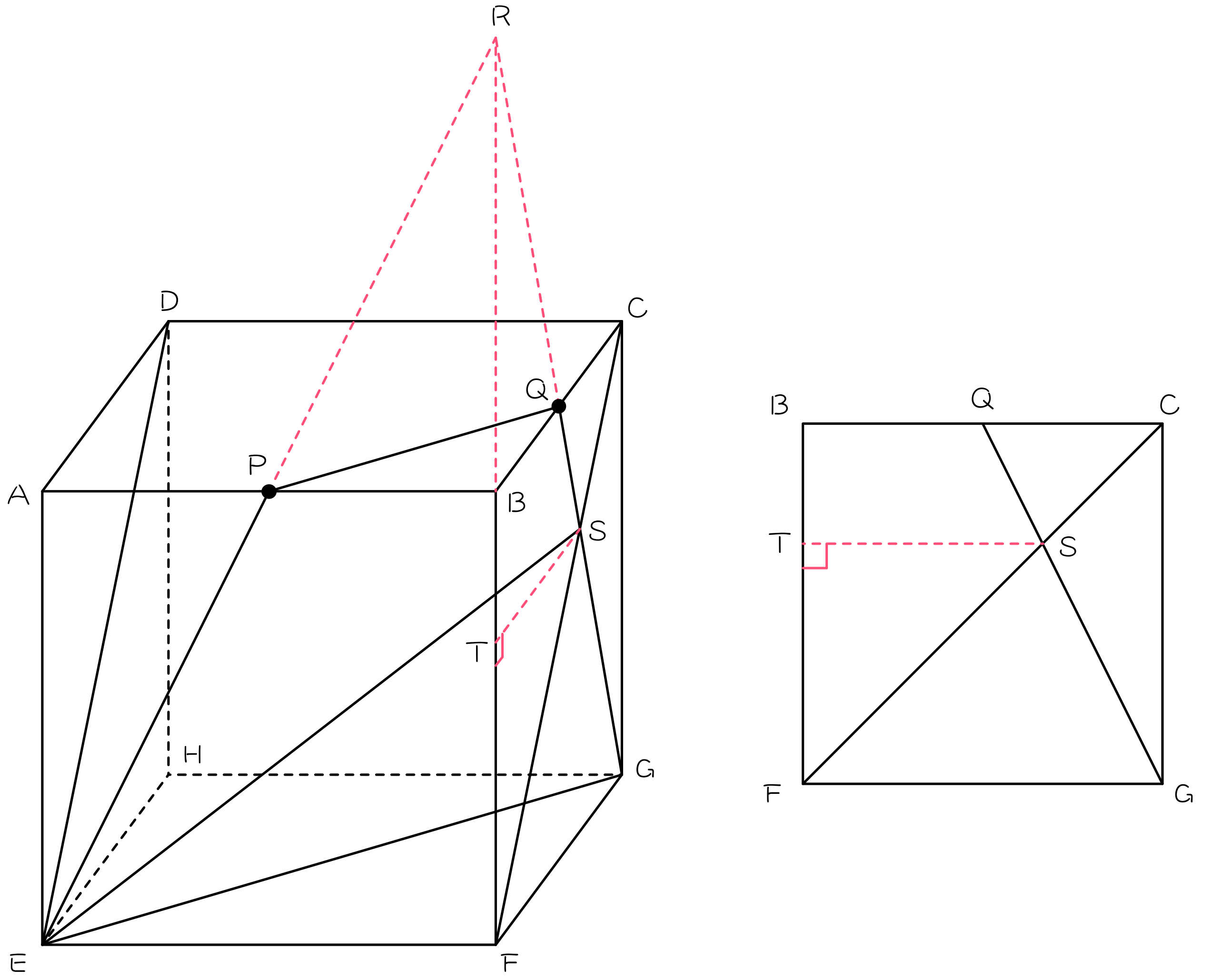


15　図のような１辺６cmの立方体を、Ｐ、Ｅ、Ｇを通る平面と、Ｃ、Ｄ、Ｅを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。ただし、Ｐ、Ｑは辺のまん中の点です。点線を参考に、次の問いに答えなさい。

(1)　ＳＴの長さを求めなさい。

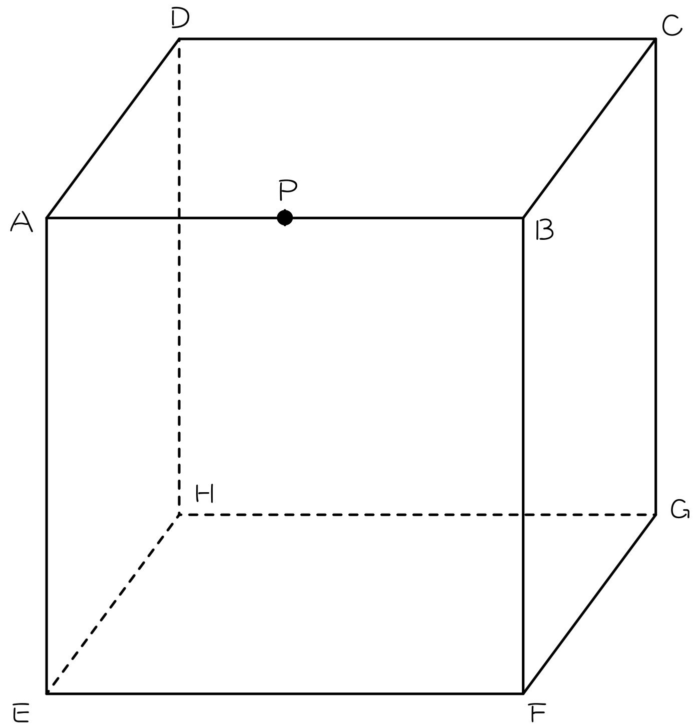
(2)　三角すいR-ＥＦＳの体積を求めなさい。

(3)　４つに分かれた立体のうち、点Bを含む立体の体積を求めなさい。

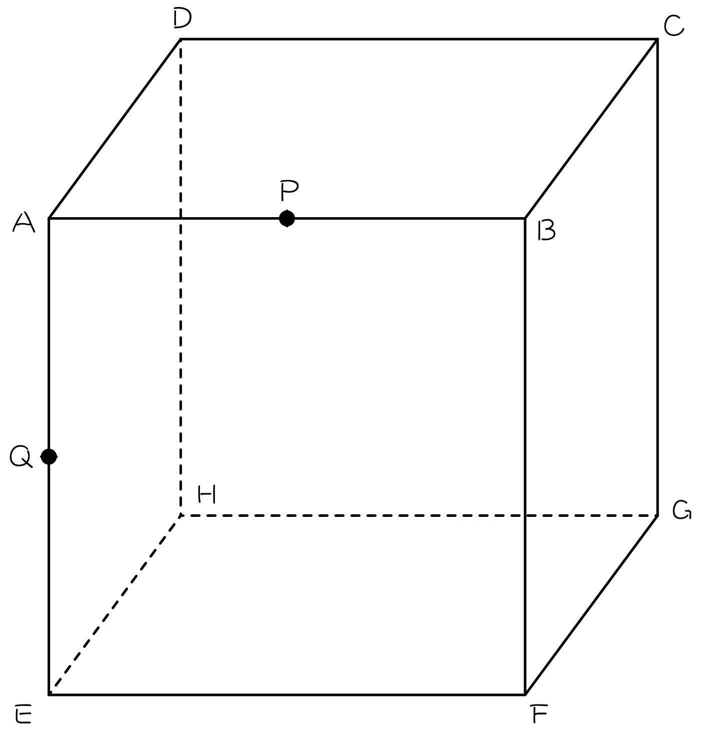


16

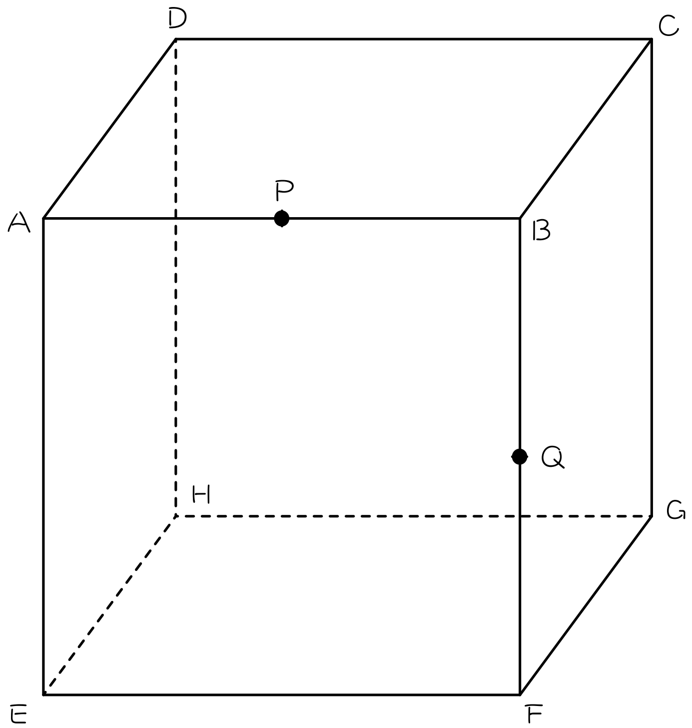
図のような１辺６cmの立方体を、Ｐ、Ｅ、Ｇを通る平面と、Ａ、Ｃ、Ｆを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、点Bを含む立体の体積を求めなさい。ただし、Ｐは辺のまん中の点です。



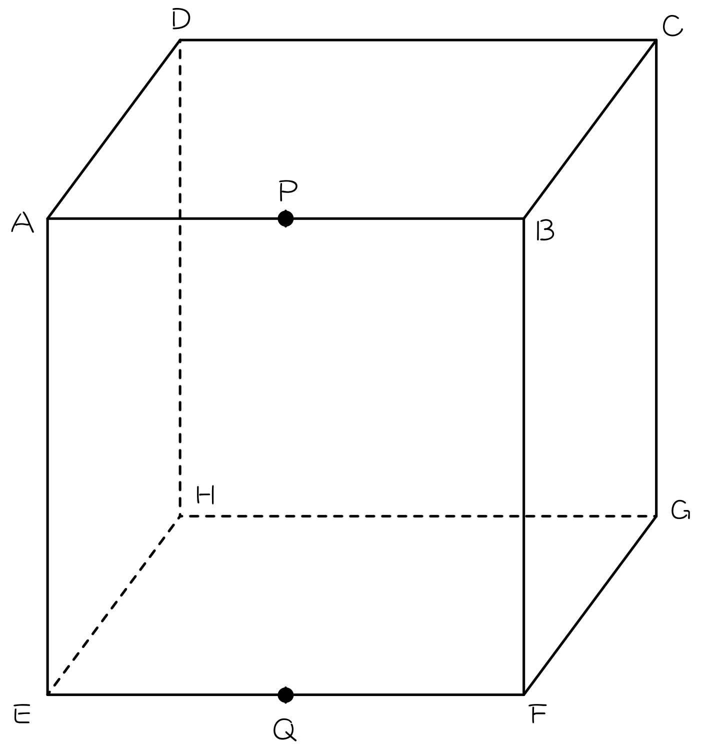
17 図のような１辺６cmの立方体を、Ｐ、Ｅ、Ｇを通る平面と、Ｄ、Ｑ、Ｆを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、点Ｂを含む立体の体積を求めなさい。ただし、Ｐ、Ｑは辺のまん中の点です。



18 図のような１辺６cmの立方体を、Ｐ、Ｅ、Ｇを通る平面と、Ｃ、Ｑ、Ｅを通る平面で切断し、４つの立体に分けます。このとき、Ｂを含む立体の体積を求めなさい。ただし、Ｐ、Ｑは辺のまん中の点です。



19 図のような1辺6cmの立方体を、P、E、Gを通る平面と、C、A、Qを通る平面で切断し、4つの立体に分けます。このとき、Bを含む立体の体積を求めなさい。ただし、P、Qは辺のまん中の点です。



■　解答　■

$\boxed{1}$　(1)　解説参照　(2)　54㎤

$\boxed{2}$　(1)　解説参照　(2)　81㎤

$\boxed{3}$　36㎤

$\boxed{4}$　72㎤

$\boxed{5}$　90㎤

$\boxed{6}$　(1)　4.5㎤　(2)　31.5㎤

$\boxed{7}$　18㎤

$\boxed{8}$　18㎤

$\boxed{9}$　(1)　9㎤　(2)　153㎤

$\boxed{10}$　(1)　4.5㎤　(2)　31.5㎤

$\boxed{11}$　54㎤

$\boxed{12}$　36㎤

$\boxed{13}$　40.5㎤

$\boxed{14}$　$41\frac{5}{8}$㎤（または$\frac{333}{8}$㎤、41.625㎤）

$\boxed{15}$　(1)　4 cm　(2)　48㎤　(3)　39㎤

$\boxed{16}$　23㎤

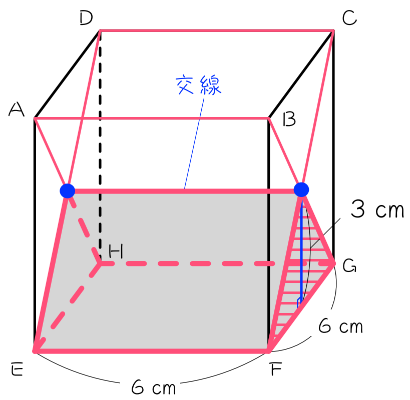
$\boxed{17}$　37.08㎤

$\boxed{18}$　23.4㎤

$\boxed{19}$　$42\frac{3}{4}$㎤（または$\frac{171}{4}$㎤、42.75㎤）

■ 解説 ■

1



(1) 図の●が立方体の表面上の交点。

この2点を結ぶ。

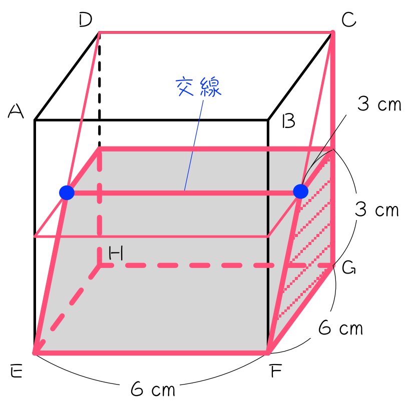
(2) 求める立体は、立方体を4等分したうちの1つ。

$6 \times 6 \times 6 \times \frac{1}{4} = \underline{54(\text{cm}^3)}$

または、斜線部分が底面の三角柱と考えて、

$6 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 6 = \underline{54(\text{cm}^3)}$

2



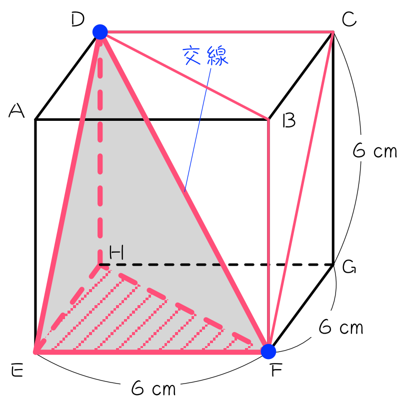
(1) 図の●が立方体の表面上の交点。

この2点を結ぶ。

(2) 求める立体は、斜線部分が底面の台形柱。

$(3 + 6) \times 3 \times \frac{1}{2} \times 6 = \underline{81(\text{cm}^3)}$

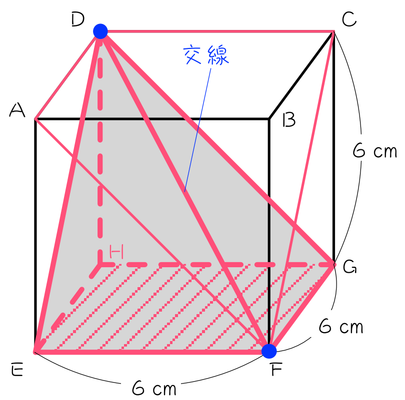
3



求める立体は、斜線部分が底面の三角すい。

$6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = \underline{36(\text{cm}^3)}$

4

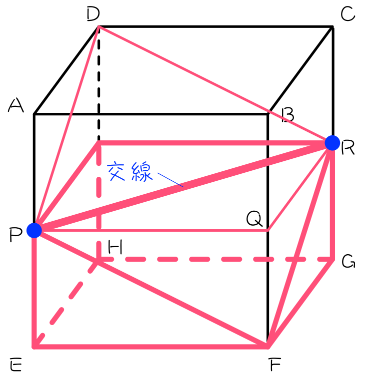


求める立体は、斜線部分が底面の四角すい。

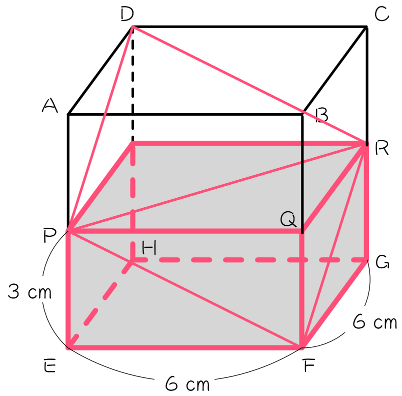
$6 \times 6 \times 6 \times \frac{1}{3} = \underline{72(\text{cm}^3)}$

5

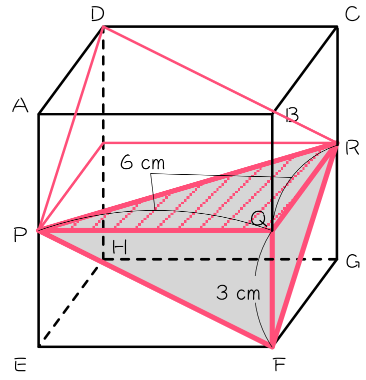
[図1]



[図2]



[図3]



求める立体（図1）＝図2の直方体－図3の三角すい

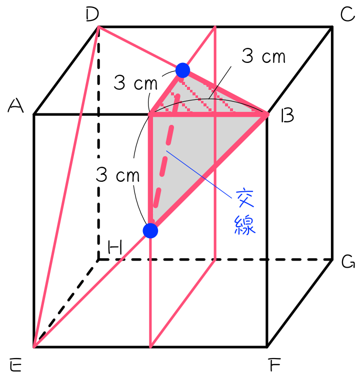
$=6\times6\times3-6\times6\times\frac{1}{2}\times3\times\frac{1}{3}$

$=108-18$

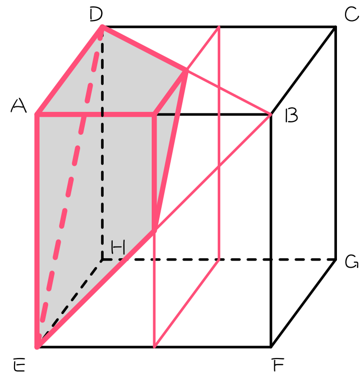
$=\underline{90(\text{cm}^3)}$

6

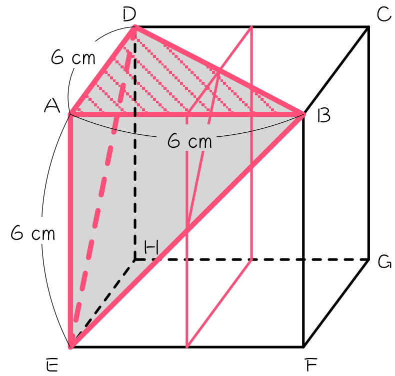
[図1]



[図2]



[図3]



(1)　求める立体（図1）は、斜線部分が底面の三角すい。

$3\times3\times\frac{1}{2}\times3\times\frac{1}{3}=\underline{4.5(\text{cm}^3)}$

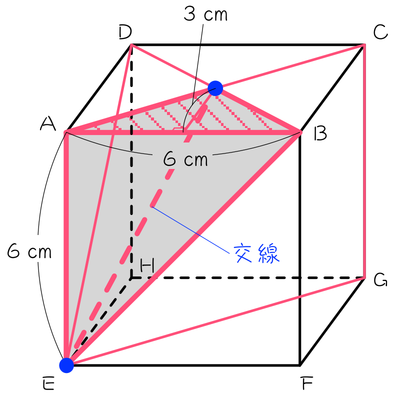
(2)　求める立体（図2）＝図3の三角すい－図1の三角すい

$=6\times6\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}-4.5$

$=36-4.5$

$=\underline{31.5(\text{cm}^3)}$

7

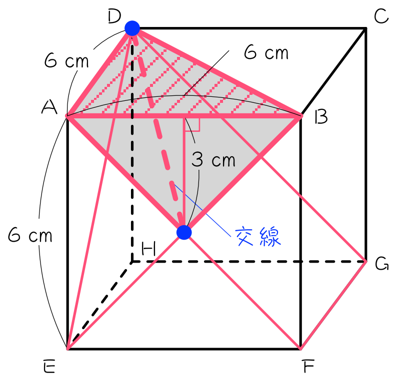


求める立体は、斜線部分が底面の三角すい。

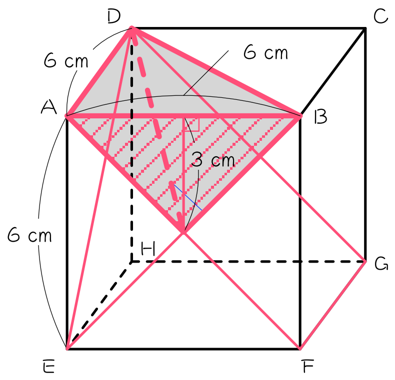
$6 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = \underline{18(\text{cm}^3)}$

8

[図 1]



[図 2]

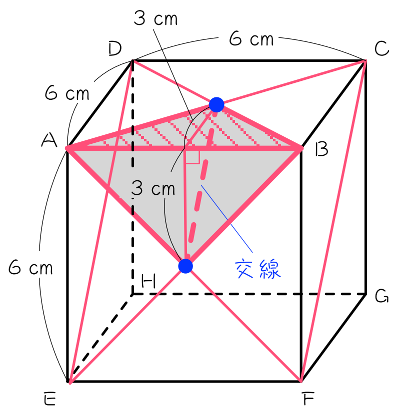


求める立体は、図1・図2の三角すい。

図1の斜線部分を底面と考えると、$6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3} = \underline{18(\text{cm}^3)}$

図2の斜線部分を底面と考えると、$6 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = \underline{18(\text{cm}^3)}$

9 (1)

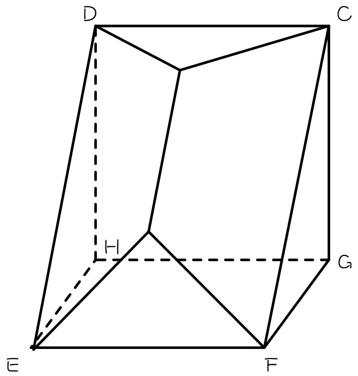


求める立体は、斜線部分を底面とする三角すい。

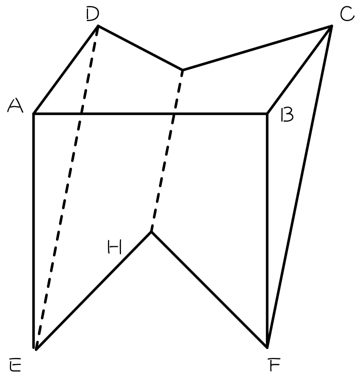
$6 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3} = \underline{9\ (\text{cm}^3)}$

(2)

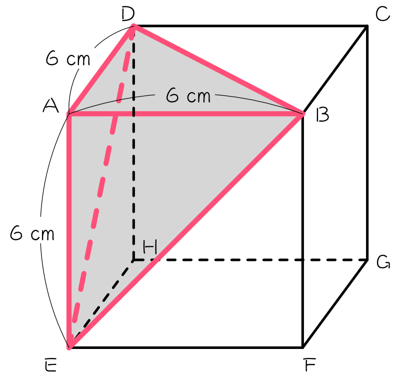
[図1]



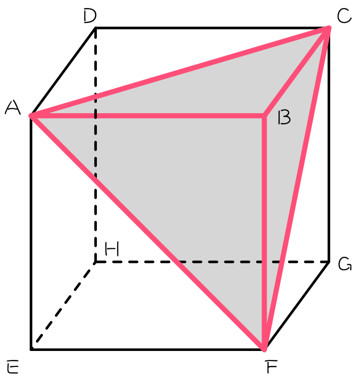
[図2]



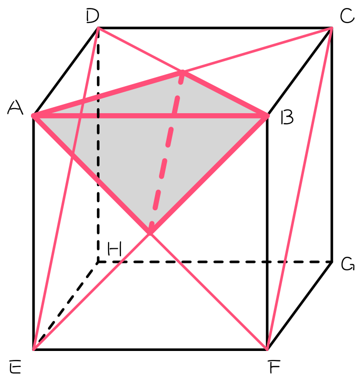
[図3]



[図4]



[図5]



求める立体は図1。

図1の立体は、全体の立方体から図2の立体を引いたもの。

図2の立体＝図3の三角すい＋図4の三角すい－図5の三角すい（重なり）

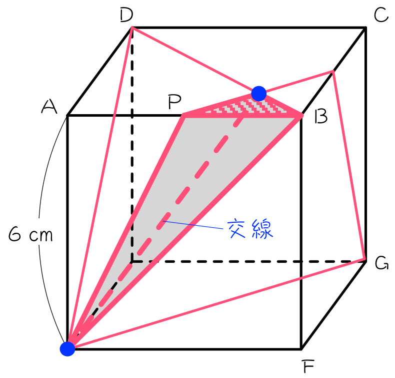
$= 6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} \times 2 - 9$

$= 63 (\text{cm}^3)$

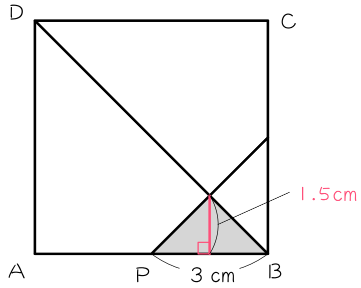
よって、図1の立体＝$6 \times 6 \times 6 - 63 = \underline{153 (\text{cm}^3)}$

10 (1)

［図１］



［図２］



求める立体（図１）は、斜線部分を底面とする三角すい。

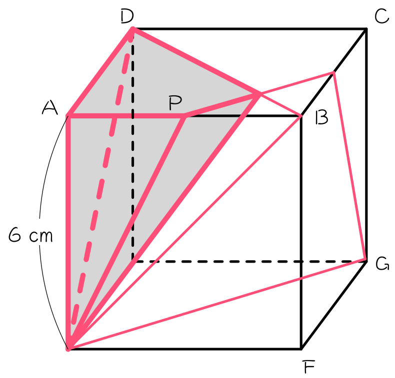
底面の形は図２のように上から見た図で考えると、

底辺が3cm、高さが3÷2＝1.5(cm)の直角二等辺三角形。

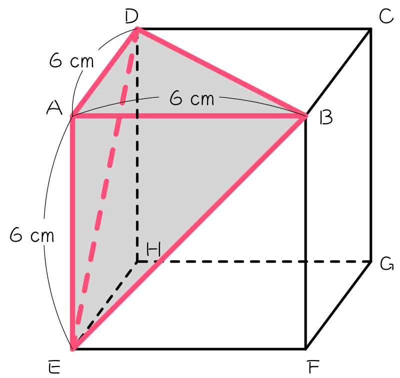
よって、$3 \times 1.5 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = \underline{4.5(\text{cm}^3)}$

(2)

［図３］



［図４］

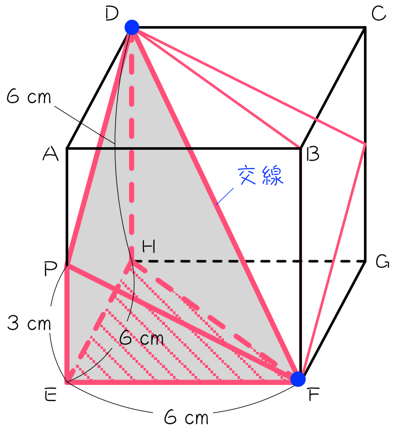


求める立体（図３）＝図４の三角すい－図１の三角すい

$= 6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} - 4.5$

$= \underline{31.5(\text{cm}^3)}$

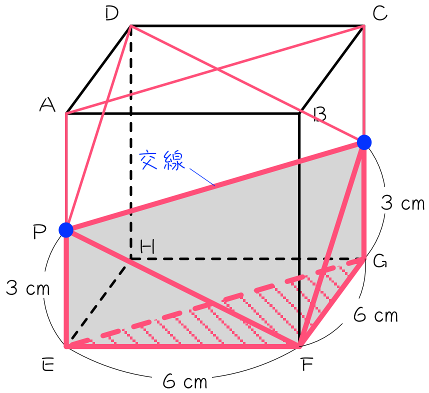
11



求める立体は、斜線部分を底面とする三角柱を斜めに切ったもの。高さの平均を使う。

$$6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{0+3+6}{3} = \underline{54(\text{cm}^3)}$$

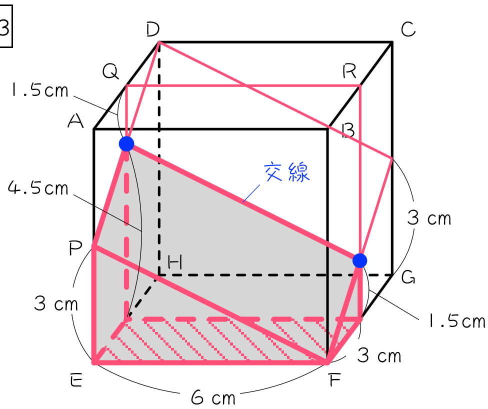
12



求める立体は、斜線部分を底面とする三角柱を斜めに切ったもの。高さの平均を使う。

$$6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{0+3+3}{3} = \underline{36(\text{cm}^3)}$$

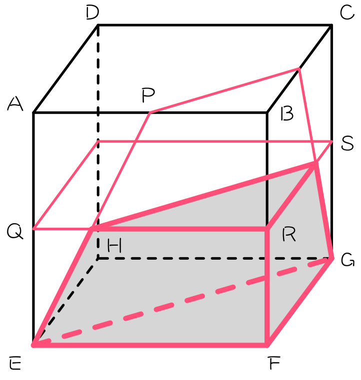
13



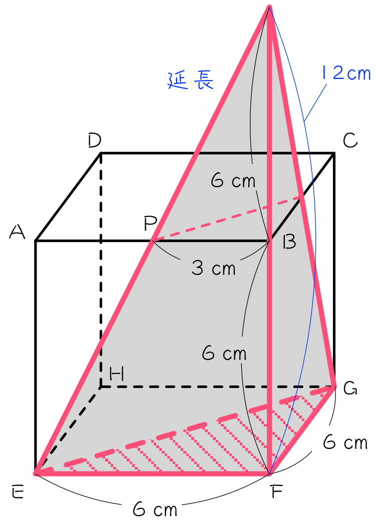
求める立体は、斜線部分を底面とする四角柱を斜めに切ったもの。高さの平均を使う。

$$6 \times 3 \times \frac{0+1.5+4.5+3}{4} = \underline{40.5(\text{cm}^3)}$$

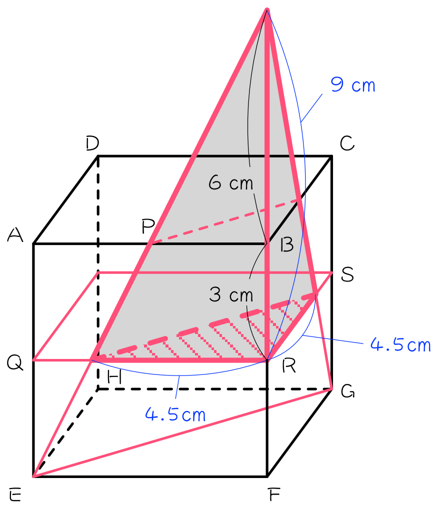
14



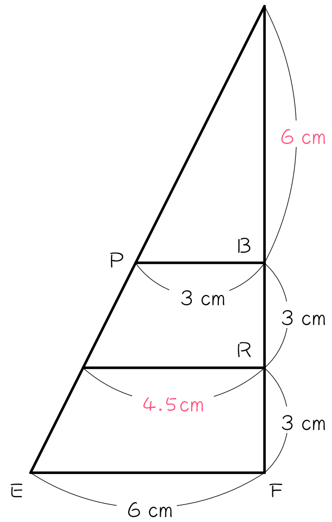
［図1］



［図2］



［図3］



［図4］

図２のように、切り口と立方体の１辺を延長して、大きな三角すいを作る。

求める立体（図１）は、図２の三角すいから図３の三角すいを引いたもの。

各部分の長さは、図４のように、ピラミッド相似を利用して求める。

求める立体（図１）＝図２の三角すい－図３の三角すい

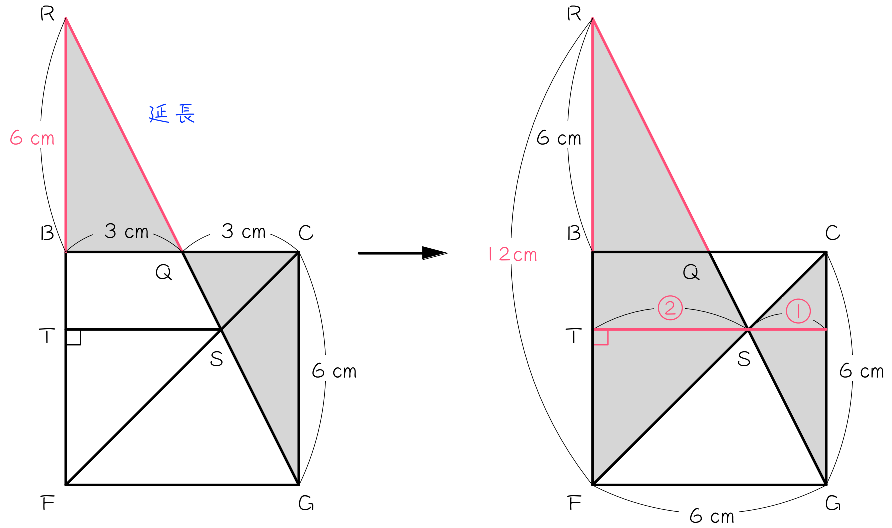
$$=6\times6\times\frac{1}{2}\times12\times\frac{1}{3}-4.5\times4.5\times\frac{1}{2}\times9\times\frac{1}{3}$$

$$=6\times6\times\frac{1}{2}\times12\times\frac{1}{3}-\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times\frac{1}{2}\times9\times\frac{1}{3}$$

$$=72-30\frac{3}{8}$$

$$=41\frac{5}{8}$$ （または$\frac{333}{8}$、41.625）（cm³）

15　(1)



延長してちょうちょ相似

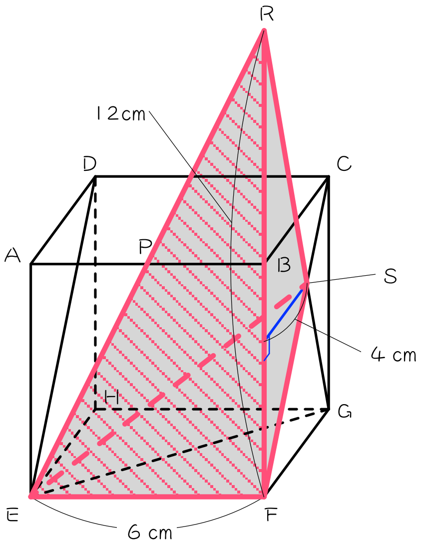
相似比　3：3＝1：1

ちょうちょ相似

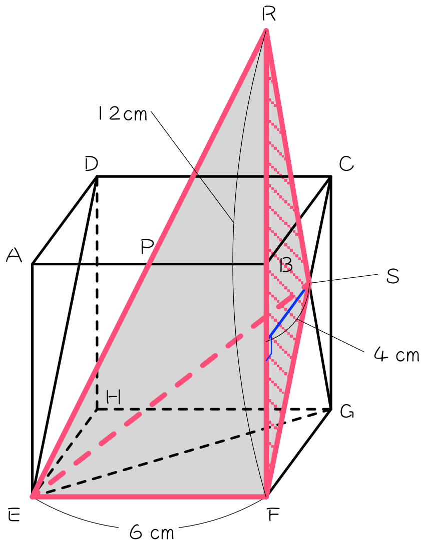
相似比　6：12＝1：2

②＋①＝③　③＝6 cm　②＝<u>4 cm</u>

(2)



[図1]



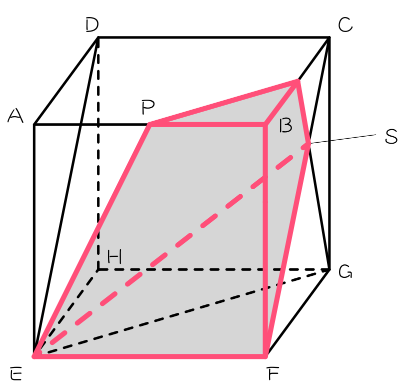
[図2]

求める立体は、図1・図2の三角すい。

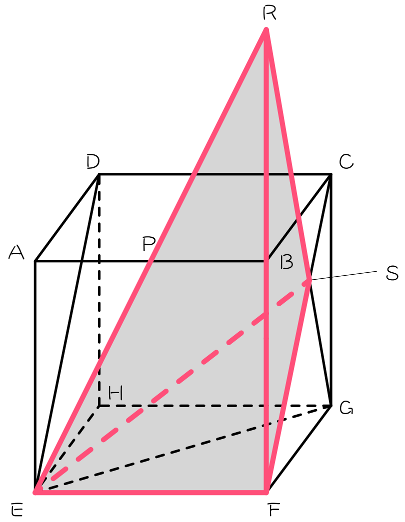
図1の斜線部分を底面と考えると、$6\times12\times\frac{1}{2}\times4\times\frac{1}{3}=\underline{48(\text{cm}^3)}$

図2の斜線部分を底面と考えると、$12\times4\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}=\underline{48(\text{cm}^3)}$

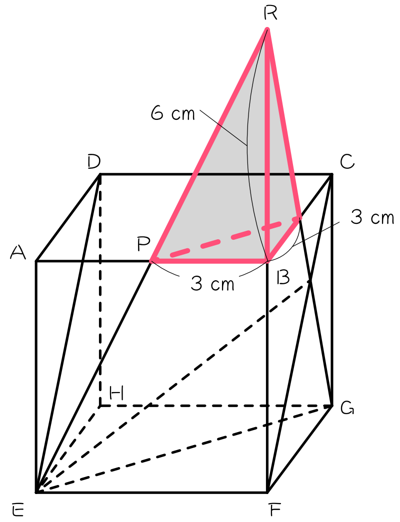
(3)



［図３］



［図４］



［図５］

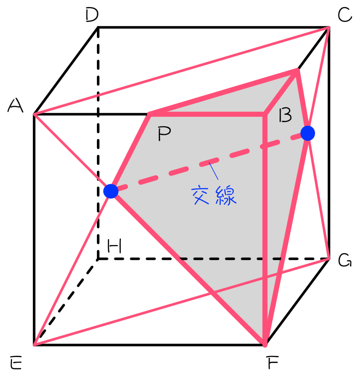
求める立体（図３）＝図４の三角すい－図５の三角すい

$= 48 - 3 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3}$

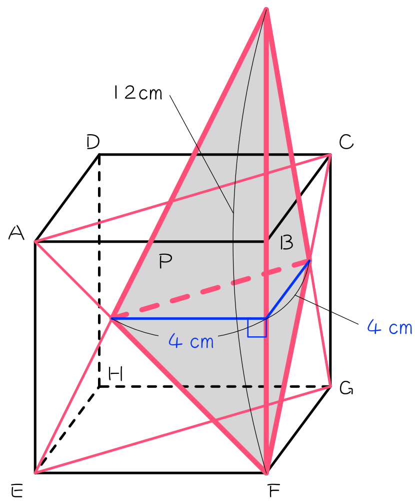
$= 48 - 9$

$= \underline{39(\mathrm{cm}^3)}$

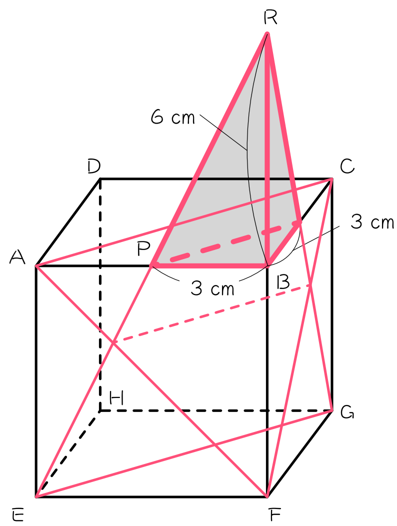
16



[図1]



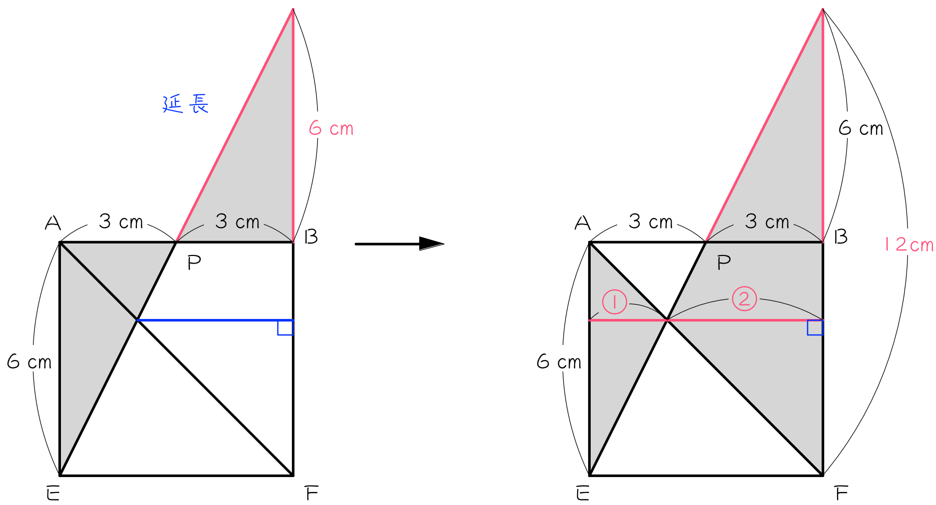
[図2]



[図3]

求める立体（図1）は、図2の三角すいから図3の三角すいを引いたもの。

図2の4cmは、下のように、ちょうちょ相似を利用して求める。



延長してちょうちょ相似

相似比　3：3＝1：1

ちょうちょ相似

相似比　6：12＝1：2

②＋①＝③　③＝6 cm　②＝4 cm

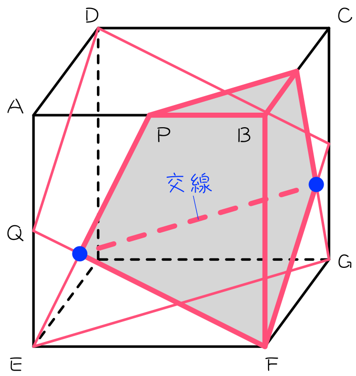
求める立体（図1）＝図2の三角すい－図3の三角すい

$$=12\times4\times\frac{1}{2}\times4\times\frac{1}{3}-3\times3\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}$$

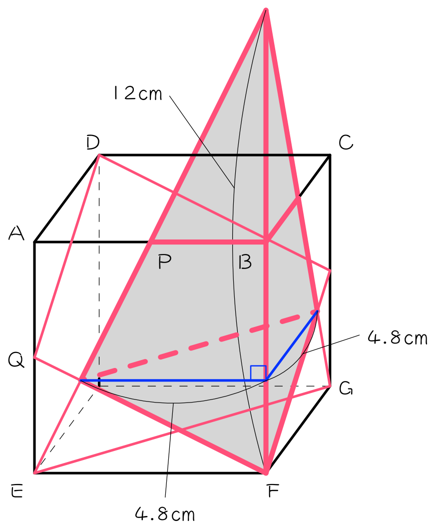
$$=32-9$$

$$=\underline{23(\text{cm}^3)}$$

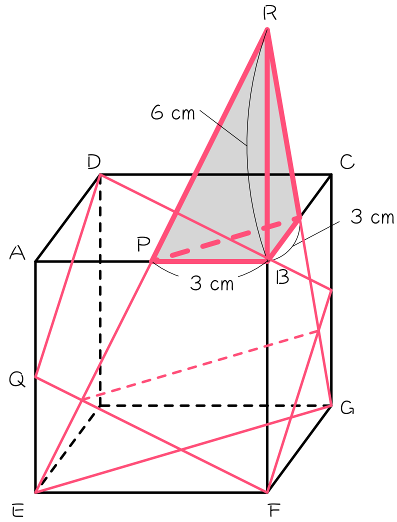
17



[図1]



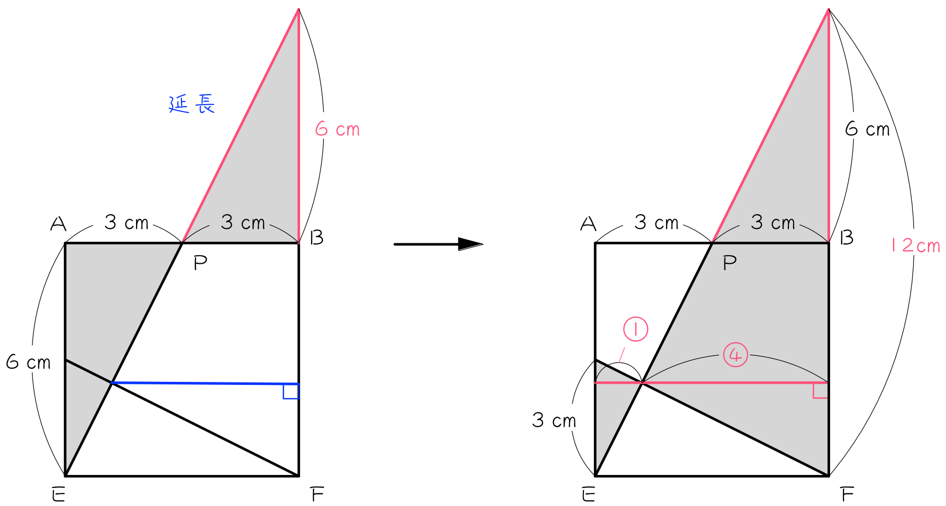
[図2]



[図3]

求める立体（図1）は、図2の三角すいから図3の三角すいを引いたもの。

図2の 4.8 cmは、下のように、ちょうちょ相似を利用して求める。



延長してちょうちょ相似

相似比　3 ： 3 = 1 ： 1

ちょうちょ相似

相似比　3 ：12 = 1 ： 4

①+④=⑤　⑤= 6 cm　②=4.8 cm

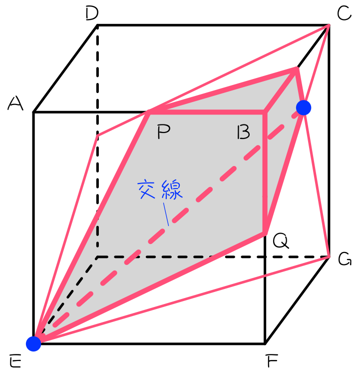
求める立体（図1）＝図2の三角すい－図3の三角すい

$=12\times4.8\times\frac{1}{2}\times4.8\times\frac{1}{3}-3\times3\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}$

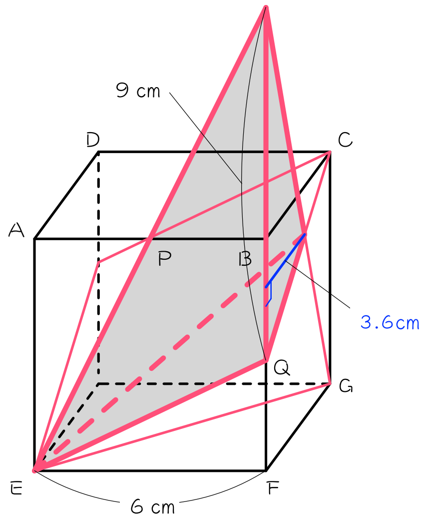
$=46.08-9$

$=$ 37.08(cm³)

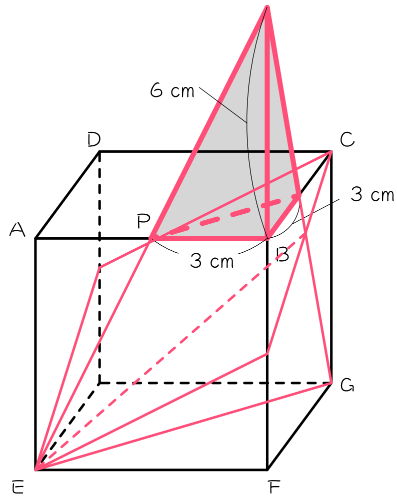
18



[図1]



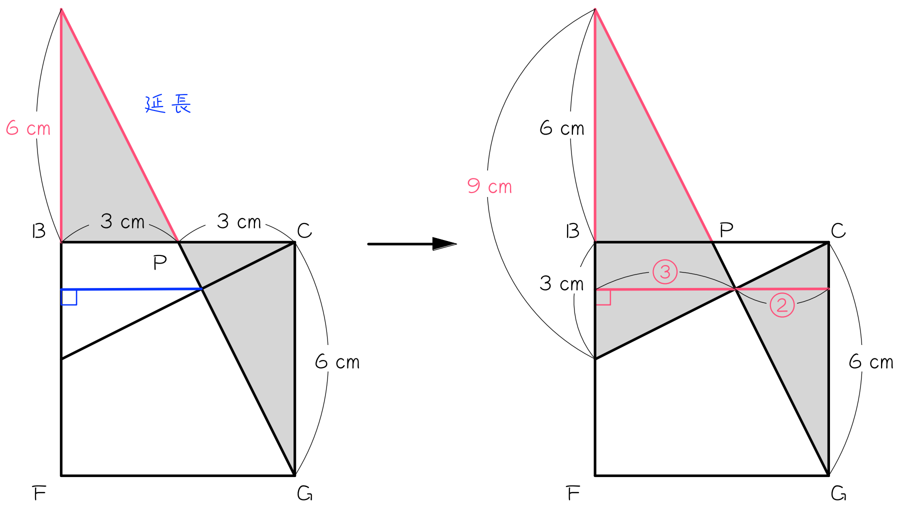
[図2]



[図3]

求める立体（図1）は、図2の三角すいから図3の三角すいを引いたもの。

図2の 3.6 cmは、下のように、ちょうちょ相似を利用して求める。



延長してちょうちょ相似

相似比　3：3＝1：1

ちょうちょ相似

相似比　9：6＝3：2

③＋②＝⑤　⑤＝6 cm　③＝3.6 cm

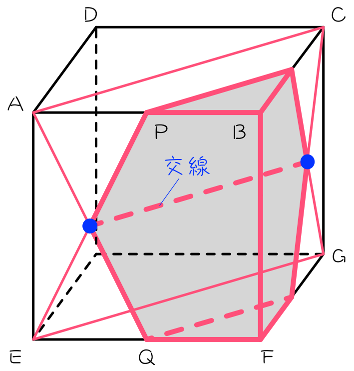
求める立体（図1）＝図2の三角すい－図3の三角すい

$$=9\times6\times\frac{1}{2}\times3.6\times\frac{1}{3}-3\times3\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}$$

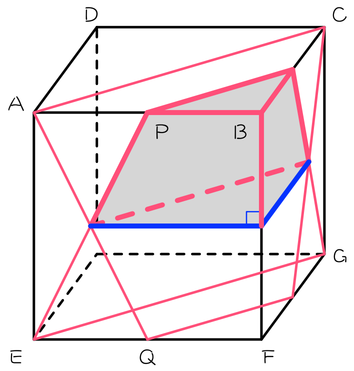
$$=32.4-9$$

$$=\underline{23.4(\mathrm{cm}^3)}$$

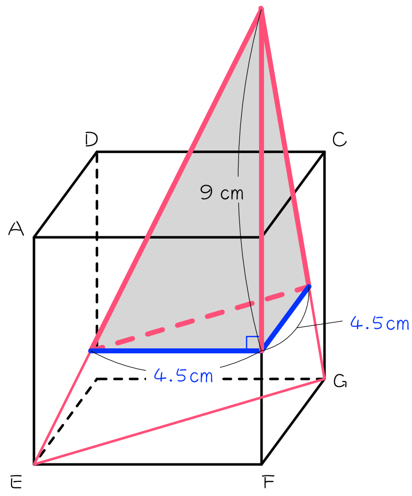
19



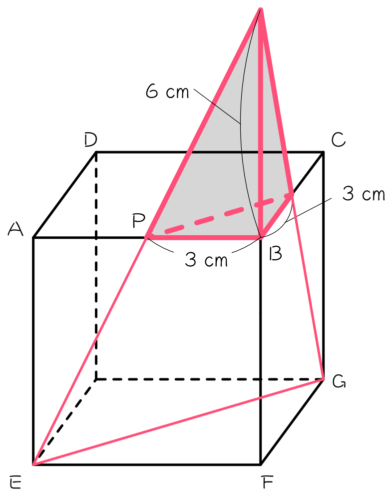
[図1]



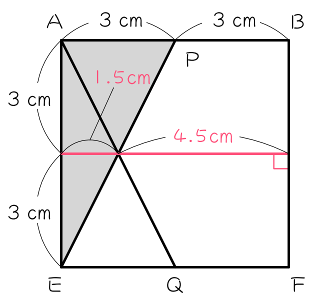
[図2]



[図3]



[図4]



[図5]

求める立体（図1）は、図2の立体を2倍したもの。

図2の立体は、図3の三角すいから図4の三角すいを引いたもの。

図3の4.5 cmは、図5のように、ピラミッド相似を利用して求める。

図2の立体＝図3の三角すい－図4の三角すい

$$=4.5\times4.5\times\frac{1}{2}\times9\times\frac{1}{3}-3\times3\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}$$

$$=\frac{243}{8}-9$$

$$=\frac{171}{8}(\text{cm}^3)$$

求める立体（図1の立体）$=\frac{171}{8}\times2=42\frac{3}{4}$（または$\frac{171}{4}$、42.75）（cm³）