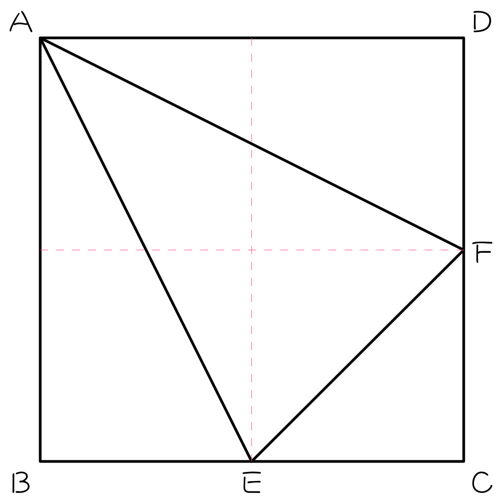
ステップ１　【復習】区切り面積

１ 図の正方形ＡＢＣＤにおいて、点Ｅ、Ｆは辺ＢＣ、辺ＣＤのまん中の点です。（　　）にあてはまる数を分数で答えなさい。



(1)　三角形ＣＥＦの面積は、正方形ＡＢＣＤの面積の（　　　）倍です。

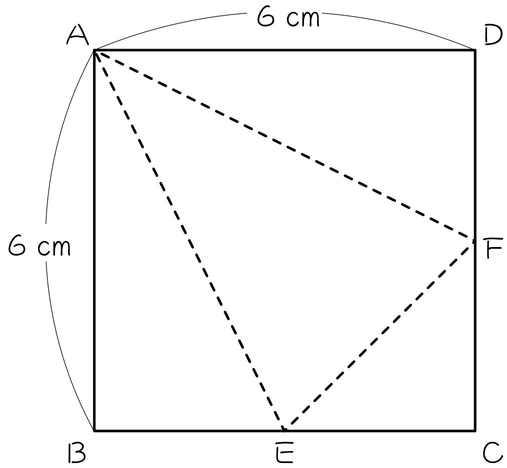
(2)　三角形ＡＢＥの面積は、正方形ＡＢＣＤの面積の（　　　）倍です。

(3)　三角形ＡＥＦの面積は、正方形ＡＢＣＤの面積の（　　　）倍です。

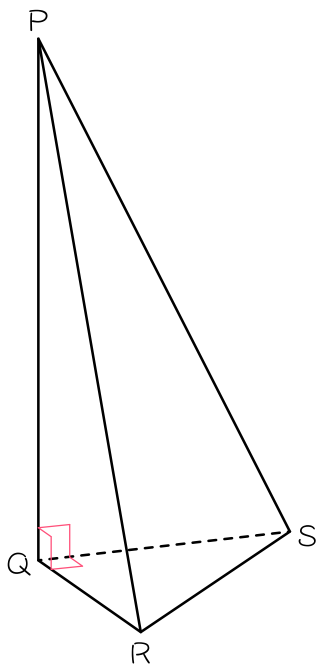
覚えておくと便利。

ステップ２　展開図が正方形になる三角すい

2　図１のような、１辺が６cmの正方形の折り紙ＡＢＣＤがあり、点Ｅ、Ｆは辺ＢＣ、辺ＣＤのまん中の点です。図１の折り紙を点線で折って組み立てると、図２のような三角すいになります。



【図１】



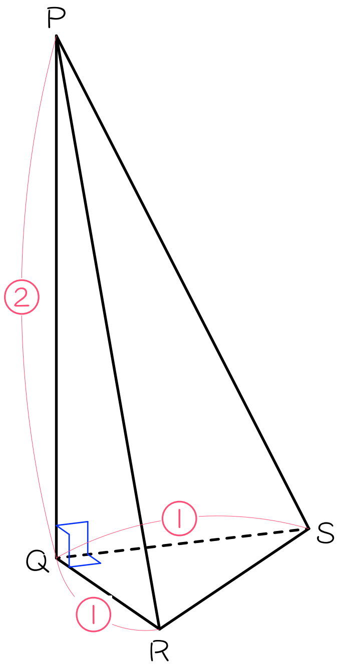
【図２】

(1)　ＰＱ＝（　　　）cm、ＱＲ＝（　　　）cm、ＱＳ＝（　　　）cmです。

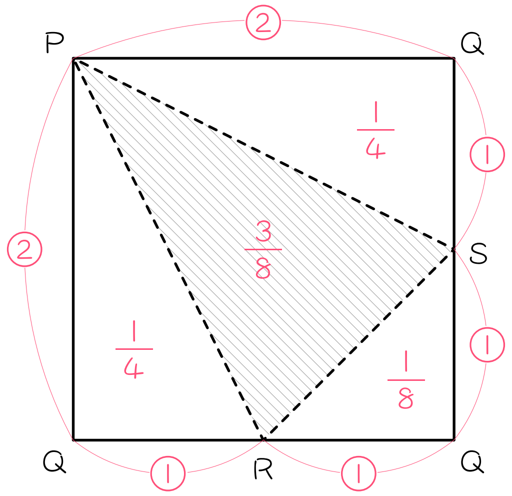
(2)　三角すいＰＱＲＳの体積は（　　　）cm³です。

(3)　三角形ＰＲＳの面積は、展開図の三角形（　　　　）の面積と等しく、（　　　）cm²になります。

展開図が正方形になる三角すい



【図１】



【図２】

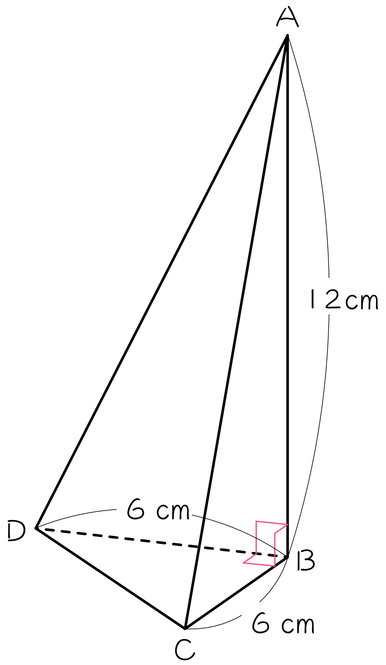
・図１のような、直角の頂点に集まる３辺の長さの比が１：１：２の三角すいは、展開図が正方形になります。

・展開図の正方形の１辺の長さは、三角すいの辺ＰＱと同じ長さになります。

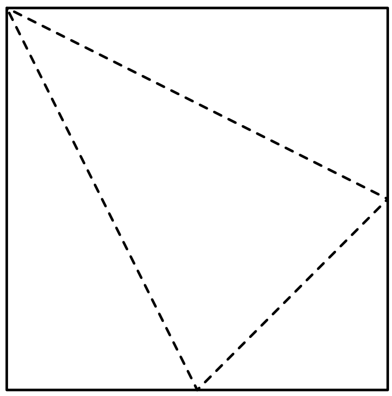
・三角すいの三角形ＰＲＳは、展開図の色のついた部分になります。

・展開図の斜線部分の面積は、正方形の面積の$\frac{3}{8}$倍になります。

3　図１のような紙でできた三角すいＡＢＣＤがあります。この三角すいを辺にそって切り開くと、図２のような正方形になりました。点線は折り目を表しています。



【図１】



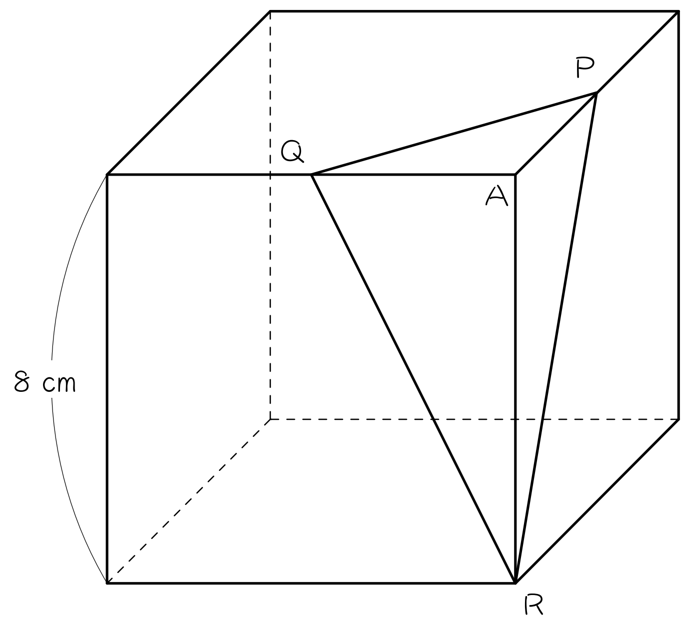
【図２】

(1)　図２の正方形の１辺の長さは何cmですか。

(2)　三角形ＡＣＤの面積は何㎠ですか。

(3)　三角すいＡＢＣＤの表面積は何㎠ですか。

4　図のような１辺が８cmの立方体があります。点Ｐ、Ｑは辺のまん中の点で、点Ｒ、Ａは立方体の頂点です。この立方体を３点Ｐ、Ｑ、Ｒを通る平面で切断し、２つの立体に分けました。

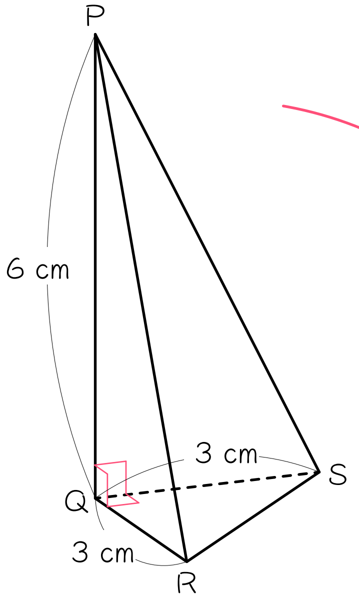


(1)　頂点Ａを含む方の立体の体積を求めなさい。

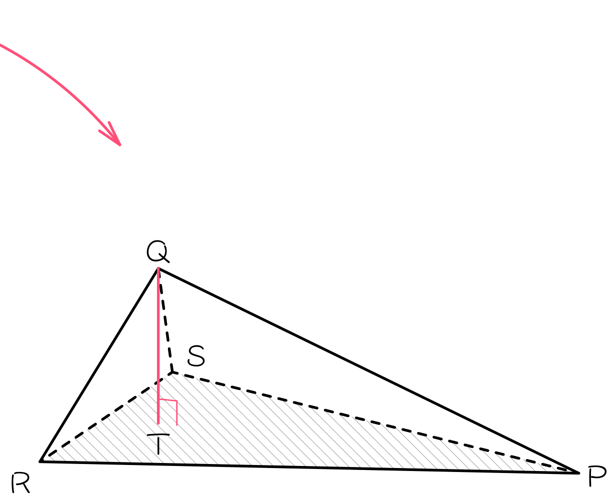
(2)　切り口の三角形ＰＱＲの面積を求めなさい。

ステップ３　高さを求める

5　図１のような三角すいＰＱＲＳについて、次の問いに答えなさい。



【図１】



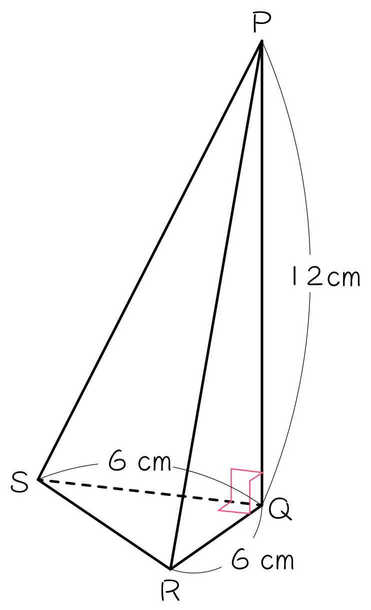
【図２】

(1)　三角すいＰＱＲＳの体積は何㎤ですか。

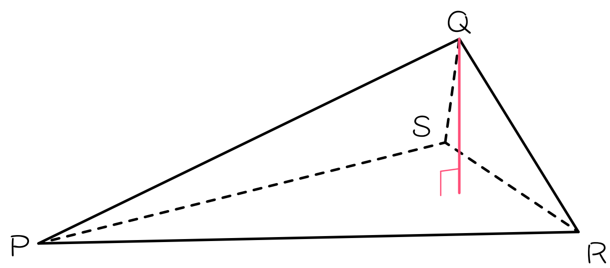
(2)　三角形ＰＲＳの面積は何㎠ですか。

(3)　図２のように、三角形ＰＲＳを底面としたときの高さ（ＱＴ）を求めなさい。(1)(2)の結果を利用しなさい。

6　図１のような三角すいＰＱＲＳについて、次の問いに答えなさい。



【図１】



【図２】

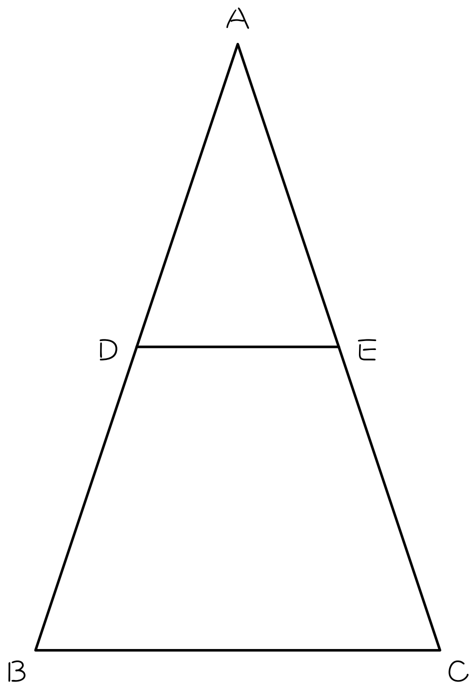
(1)　三角すいＰＱＲＳの体積は何㎤ですか。

(2)　三角形ＰＲＳの面積は何㎠ですか。

(3)　図２のように、三角形ＰＲＳを底面としたときの高さを求めなさい。

ステップ４　【復習】ピラミッド相似の面積比

7　図の三角形ＡＢＣにおいて、点Ｄ、Ｅは辺ＡＢ、辺ＡＣのまん中の点です。三角形ＡＤＥと三角形ＡＢＣは、対応する２辺の長さの比とその間の角が等しいので相似形になります。

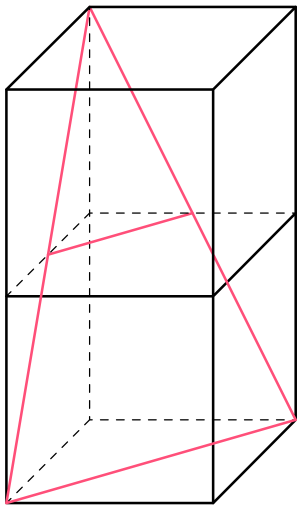


(1)　三角形ＡＤＥと三角形ＡＢＣの面積の比は（　　　）：（　　　）です。相似形の面積比は、相似比（長さの比）の２乗になります。

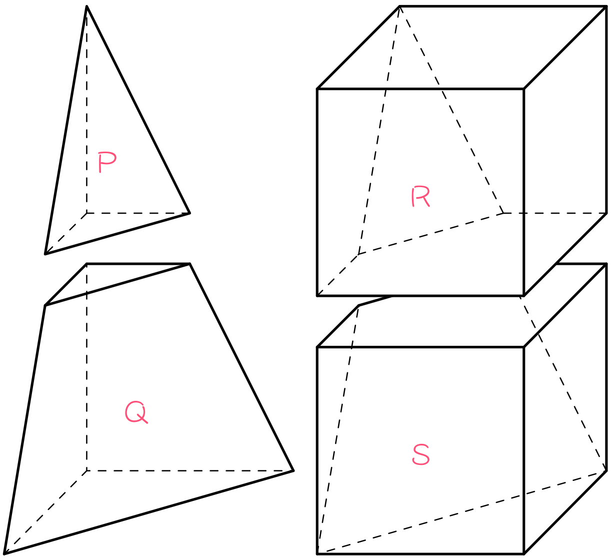
(2)　三角形ＡＤＥと台形ＤＢＣＥの面積の比は（　　　）：（　　　）です。

ステップ５　【復習】ピラミッド相似の体積比

8　図１のように、立方体を２個組み合わせた立体を赤線の切り口で切断し、図２のような４つの立体Ｐ、Ｑ、Ｒ、Ｓに分けました。このとき、（　　）にあてはまる数を求めなさい。



【図１】



【図２】

(1)　立体Ｐの体積は、立方体１個の体積の（　　　）倍です。

立方体の１辺の長さを１として計算します。

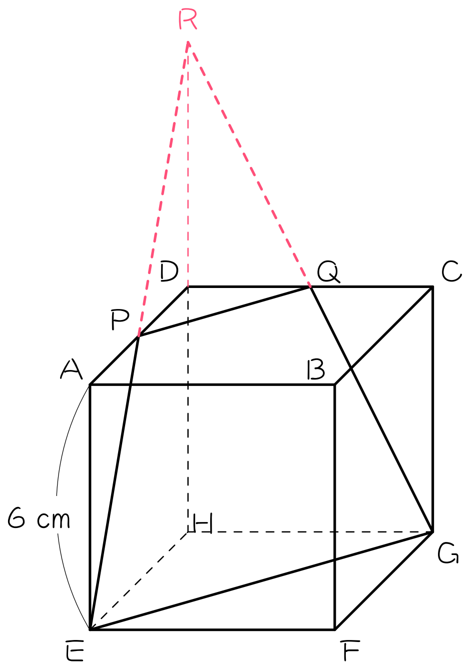
(2)　立体Ｐと立体Ｑの体積の比は（　　　）：（　　　）です。

相似形の体積比は、相似比（長さの比）の３乗になります。

(3)　立体Ｐ、Ｑ、Ｒ、Ｓの体積の比は（　　　）：（　　　）：（　　　）：（　　　）です。

ステップ６　切り口が等脚台形

9　図のような１辺が６cmの立方体があります。点Ｐ、Ｑは辺のまん中の点です。この立方体を３点Ｐ、Ｑ、Ｇを通る平面で切断し、２つの立体に分け、Ｈを含む方の立体を立体Ｖとします。ＥＰ、ＧＱ、ＨＤの延長線の交点をＲとするとき、次の問いに答えなさい。



(1)　三角すいR-ＰＱＤの体積を求めなさい。

(2)　三角すいR-ＰＱＤと立体Ｖの体積の比を求めなさい。

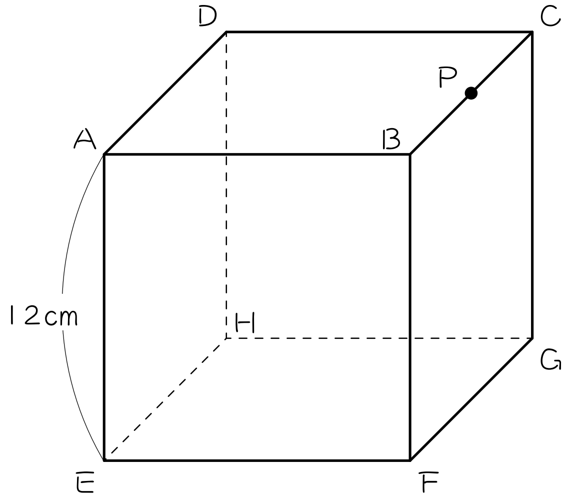
(3)　立体Ｖの体積を求めなさい。

(4)　三角形ＰＱＲの面積を求めなさい。

(5)　三角形ＰＱＲと切り口の台形ＰＱＧＥの面積の比を求めなさい。

(6)　切り口の台形ＰＱＧＥの面積を求めなさい。

10　図のような１辺が１２cmの立方体があります。点Ｐは辺のまん中の点です。この立方体を３点Ｐ、Ｄ、Ｅを通る平面で切断し、２つの立体に分けました。このとき、次の問いに答えなさい。

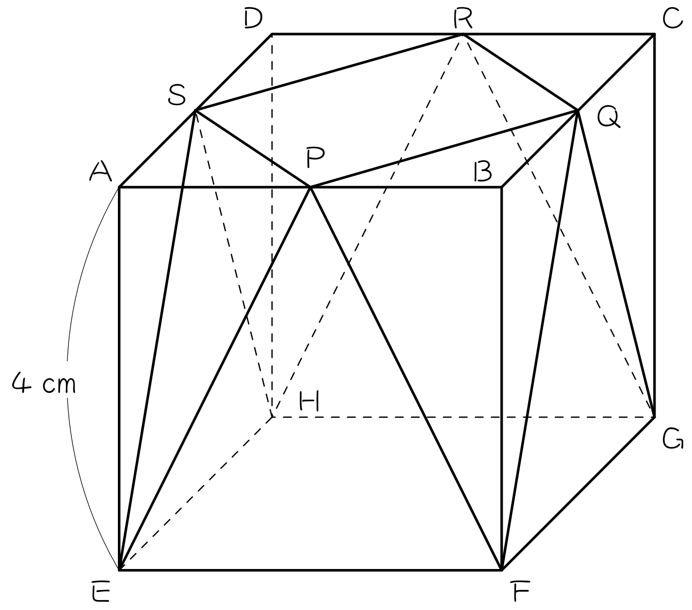


(1)　頂点Ａを含む方の立体の体積を求めなさい。

(2)　切り口の面積を求めなさい。

ステップ６　練習問題

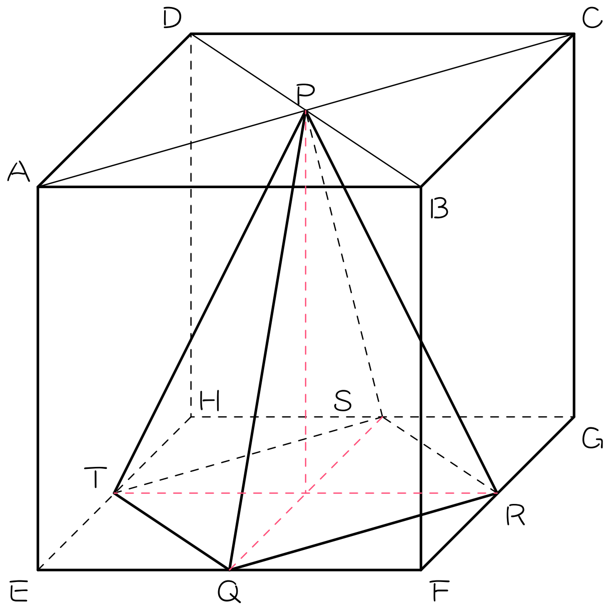
１１　図のような１辺が４cmの立方体があり、点Ｐ、Ｑ、Ｒ、Ｓは辺のまん中の点です。このとき、このとき、次の問いに答えなさい。



(1)　立体ＰＱＲＳ-ＥＦＧＨの体積を求めなさい。

(2)　立体ＰＱＲＳ-ＥＦＧＨの表面積を求めなさい。

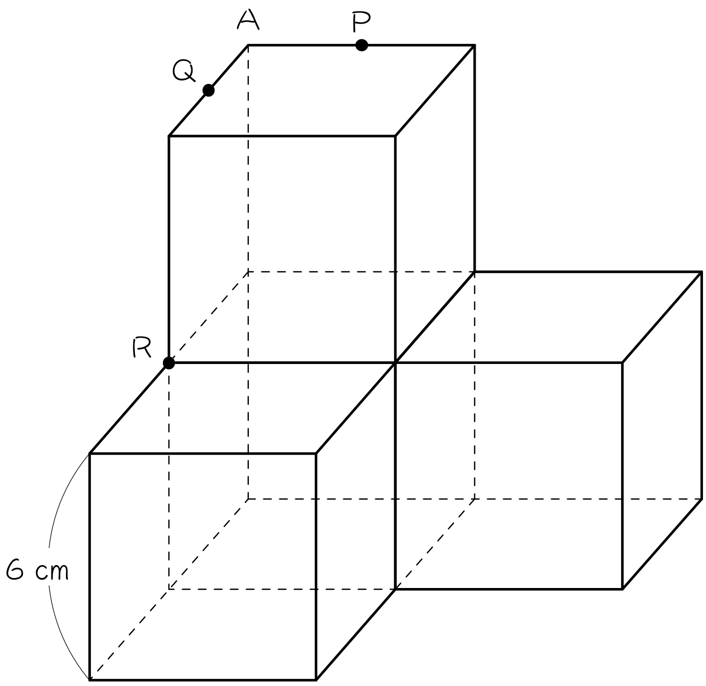
12 図のような立方体があり、点Ｐは面ＡＢＣＤの対角線の交点で、点Ｑ、Ｒ、Ｓ、Ｔは辺のまん中の点です。



(1) 四角すいP-ＱＲＳＴの体積は立方体の体積の何倍ですか。

(2) 四角すいP-ＱＲＳＴの表面積は立方体の表面積の何倍ですか。赤い点線を参考にしなさい。

13 図のような１辺６cmの立方体を４個組み合わせた図形があり、点Ｐ、Ｑは辺の真ん中の点で、点Ａ、Ｒは立方体の頂点です。この立体を３点Ｐ、Ｑ、Ｒと通る平面で切断し２つの立体に分けます。



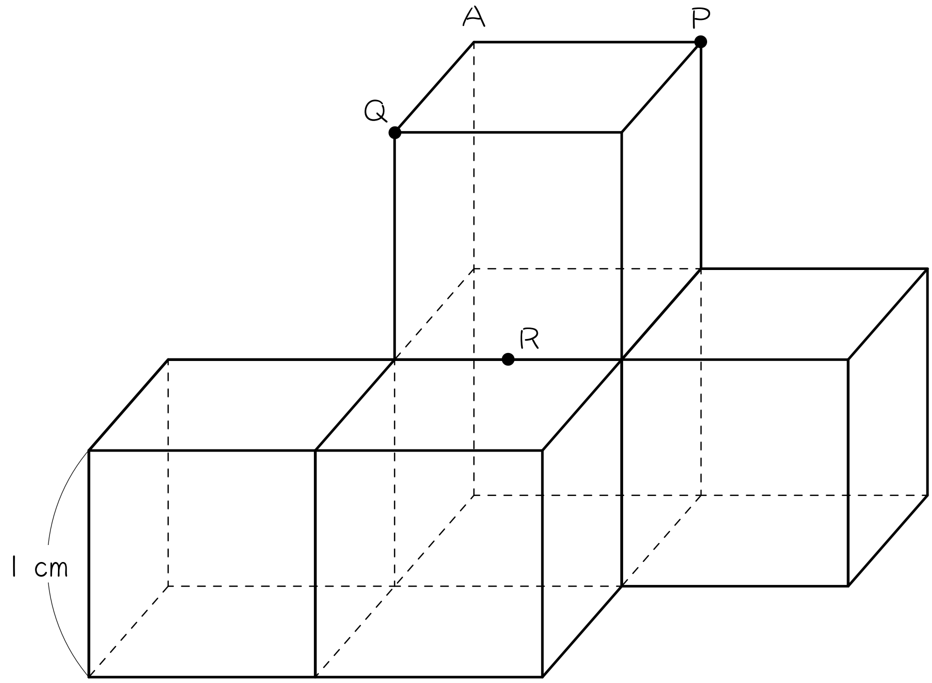
(1)　３点Ｐ、Ｑ、Ｒと通る平面で切断したときの切り口を作図しなさい、

４個の１辺６cmの立方体のそれぞれの切り口も描くこと。

(2)　Aを含む方の立体の体積を求めなさい。

(3)　切り口の面積を求めなさい。

14☆　図のような１辺１cmの立方体を５個組み合わせた図形があり、点A、P、Qは立方体の頂点で、点Rは辺のまん中の点です。この立体を３点P、Q、Rと通る平面で切断し２つの立体に分けます。



(1)　３点P、Q、Rと通る平面で切断したときの切り口を作図しなさい。

５個の１辺１cmの立方体のそれぞれの切り口も描くこと。

(2) Aを含む方の立体の体積を求めなさい。$\boxed{8}$を参考にしなさい。

(2) 切り口の面積を求めなさい。

■ 解答 ■

$\boxed{1}$ (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{3}{8}$

$\boxed{2}$ (1) 6、3、3

(2) 9

(3) AEF、13.5

$\boxed{3}$ (1) 12 cm (2) 54 cm² (3) 144 cm²

$\boxed{4}$ (1) $21\frac{1}{3}$cm³ ($\frac{64}{3}$cm³) (2) 24 cm²

$\boxed{5}$ (1) 9 cm² (2) 13.5 cm² (3) 2 cm

$\boxed{6}$ (1) 72 cm³ (2) 54 cm² (3) 4 cm

$\boxed{7}$ (1) 1 : 4 (2) 1 : 3

$\boxed{8}$ (1) $\frac{1}{24}$

(2) 1 : 7

(3) 1 : 7 : 23 : 17

$\boxed{9}$ (1) 9 cm³ (2) 1 : 7

(3) 63 cm³ (4) 13.5 cm²

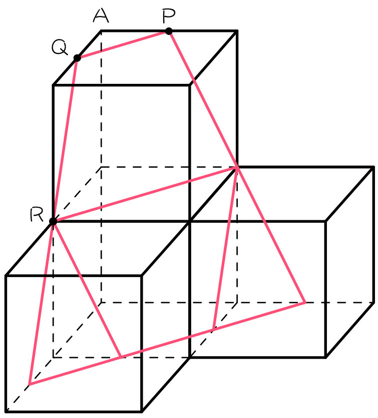
(5) 1 : 3 (6) 40.5 cm²

$\boxed{10}$ (1) 504 cm³ (2) 162 cm²

$\boxed{11}$ (1) $53\frac{1}{3}$cm³ ($\frac{160}{3}$cm³) (2) 80 cm²

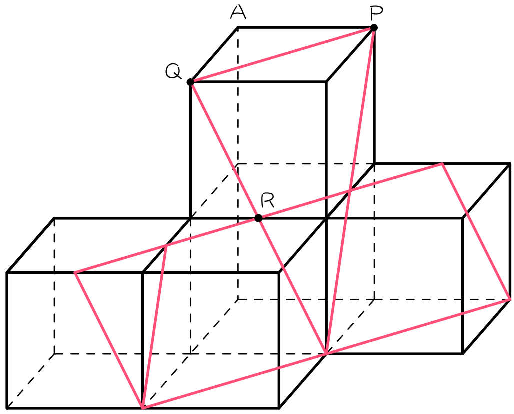
$\boxed{12}$ (1) $\frac{1}{6}$倍 (2) $\frac{1}{3}$倍

$\boxed{13}$ (1)



(2) 234 cm³ (3) 108 cm²

$\boxed{14}$ (1)

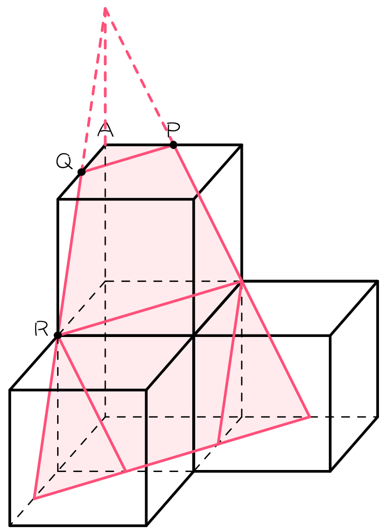


(2) $3\frac{5}{24}$cm³ ($\frac{77}{24}$cm³)

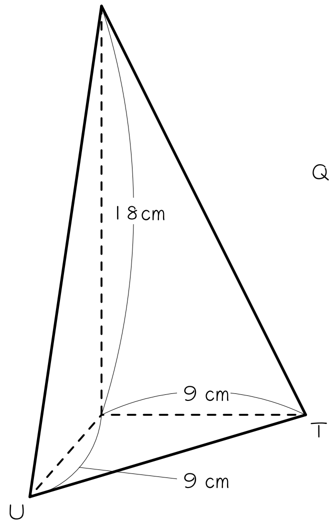
(3) $4\frac{1}{8}$cm³ ($\frac{33}{8}$cm³、4.125 cm³)

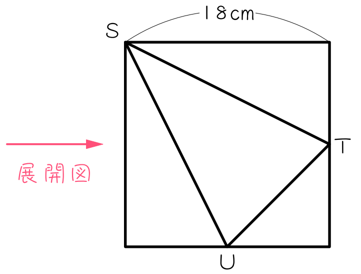
■ 解説 ■

13

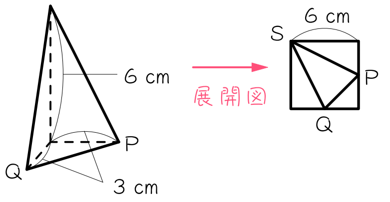


【図１】





【図２】



【図３】

(2)・図１のように、切り口を延長して大きい三角すいをつくります。

・Aを含む立体の体積は、図２の三角すいから図３の三角すいを引いたものになります。よって、

$$9\times9\times\frac{1}{2}\times18\times\frac{1}{3}-3\times3\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}=243-9=\underline{234(\text{cm}^3)}$$

(3)・切り口の面積は、図２の三角形ＳＴＵから、図３の三角形ＳＰＱを引いたものになります。

・図２、図３の三角すいの展開図より、

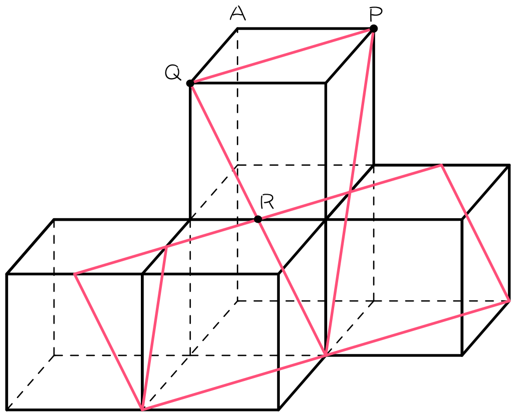
図２の三角形ＳＴＵの面積は、１辺 18 cmの正方形の$\frac{3}{8}$倍

図３の三角形ＳＰＱの面積は、１辺 6 cmの正方形の$\frac{3}{8}$倍

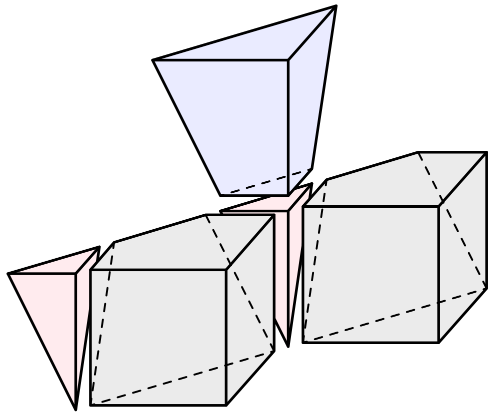
・よって、

$$18\times18\times\frac{3}{8}-6\times6\times\frac{3}{8}=\underline{108(\text{cm}^2)}$$

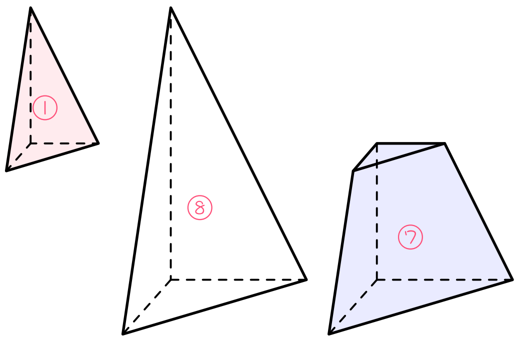
14



【図 1】



【図 2】



相似比 1 ： 2
体積比 1 ： 8

⑧−①=⑦

【図 3】

(2)・まず、Aを含まない方の立体の体積を求めます。

・Aを含まない方の立体は、図2のように、5つの立体に分割できます。

・青い三角すい台は、図3のように、ピラミッド相似の体積比を利用すると、赤い三角すいの体積の7倍になります。

・よって、

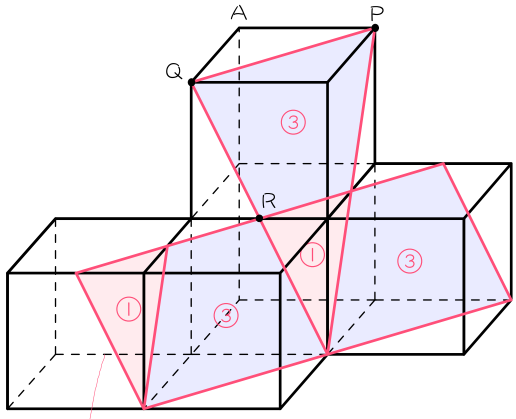
赤い三角すい … $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{24}(\text{cm}^3)$

青い三角すい台 … $\frac{1}{24}\times 7=\frac{7}{24}(\text{cm}^3)$

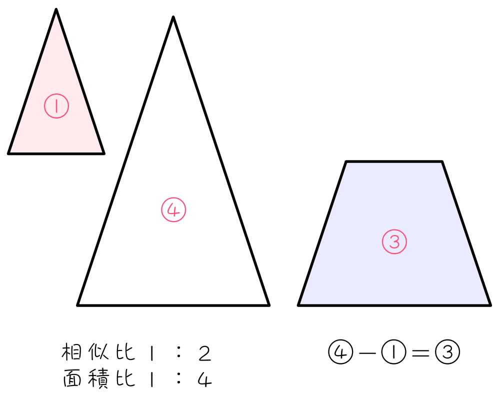
グレーの立体 … $1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}(\text{cm}^3)$

Aを含まない方の立体 … $\frac{1}{24}\times 2+\frac{7}{24}+\frac{17}{24}\times 2=\frac{43}{24}(\text{cm}^3)$

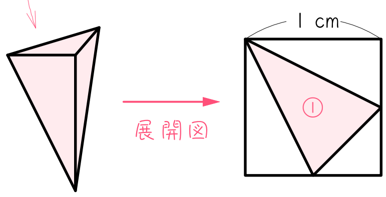
Aを含む方の立体 … $1\times 5-\frac{43}{24}=\underline{\frac{77}{24}(\text{cm}^3)}$



【図4】



【図5】



(2)・図4のように、切り口を5つの図形に分割します。

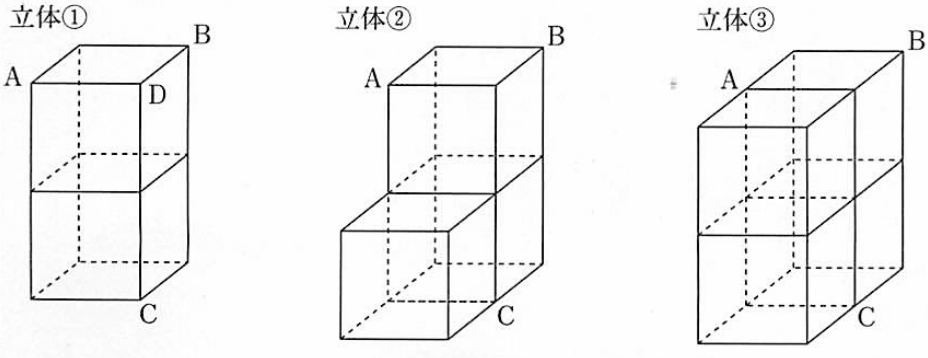
・ピラミッド相似の面積を利用すると、図5のように、切り口の赤い三角形と青い等脚台形の面積が 1 ： 3 になります。

・赤い三角形の面積は、三角すいの展開図より、1辺1cmの正方形の面積の$\frac{3}{8}$倍になります。

・よって、

$$1 \times 1 \times \frac{3}{8} \times (1 + 1 + 3 + 3 + 3) = \underline{\frac{33}{8}(\text{cm}^2)}$$

2 次の図のように，１辺の長さが１cmの立方体を２個組み合わせてできた立体①，３個組み合わせてできた立体②，４個組み合わせてできた立体③を考えます。この３つの立体を頂点A，B，Cを通る平面でそれぞれ切断したとき，切り口の図形について，次の問いに答えなさい。



2 (1)二等辺三角形 (2)平行四辺形 (3)$\frac{3}{2}$[1.5]cm²

(4)$2\frac{5}{8}\left[\frac{21}{8}\right]$cm²